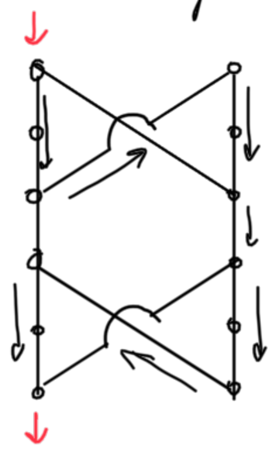
ВП $\leq_p$ ГЦ

Дано: $G=(V,E)$, J

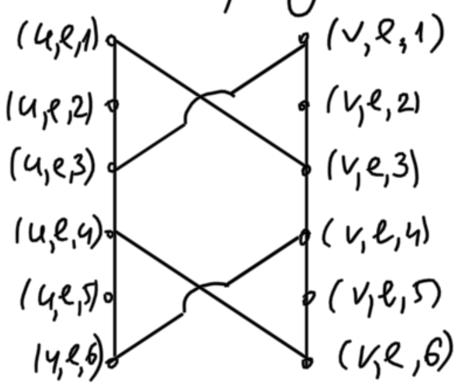
Надо построить: H

Этажерка



Если ГЦ входит в этажерку, он выходит с той же стороны

Для каждого ребра $e=(u,v)\in E$ построим этажерку

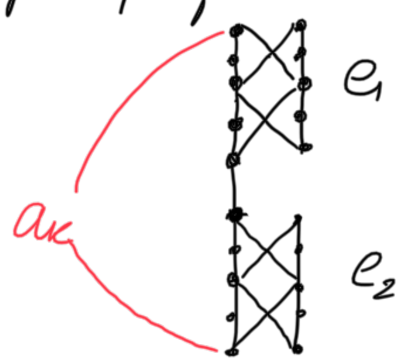


Для произвольной вершины u графа G перечислим все смежные с ним рёбра в каком-то порядке. $e_1, e_2, \dots, e_{deg(u)}$

Добавим к списку рёбер графа H рёбра вида

$((u,e_i,6),(u,e_{i+1},1))$

для $i=1,\dots,deg(u)$



Если будет J вершин $a_1, a_2, \dots, a_J$ и все рёбра вида

$(a_k,(u,e_1,1))$ для всех $k=\overline{1,J}$ и $u\in V$

$(a_k,(u,e_{deg(u)},6))$ -1 -1

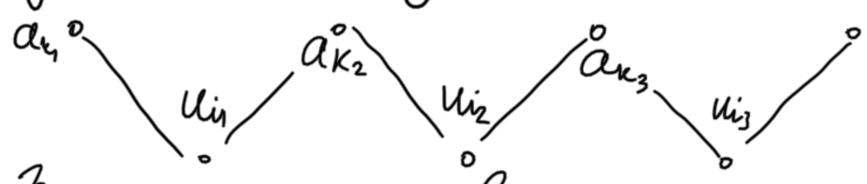
Всего в H будет $12m+J$ вершин и

$14m+2m-n+2nJ$ рёбер $=16m+(2J-1)n$

Пусть в графе G есть вершинное покрытие

$u_{i_1},\dots,u_{i_J}$ из J вершин

Обратно, пусть в H есть ГЦ. Он разбивается на участки между соседними появлениями a_k



Задача коммивояжёра

Даны n городов и $\frac{n(n-1)}{2}$ попарных расстояний $d_{ij} \in \mathbb{Z}^+$, а также число B.

Вопрос: существует ли перестановка π чисел $2, 3, \dots, n$ такая, что

$$\sum_{i=1}^{n-1} d_{i(i+1)\pi} + d_{n\pi_1} \le B \ ?$$

$ВП \le_p ГЦ \le_p ЗК$

Пусть $G = (V, E)$

$$d_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } (v_i, v_j) \in E \\ 2, \text{ если } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

$B = |V| = n$

3-С: Даны три мн-ва W, X, Y

$|W| = |X| = |Y| = q$

$M \subseteq W \times X \times Y$

Вопрос: существует ли $M' \subseteq M$ такое, что $|M'| = q$ и 1-е, 2-е и 3-и координаты троек из M' пробегают в точности W, X и Y

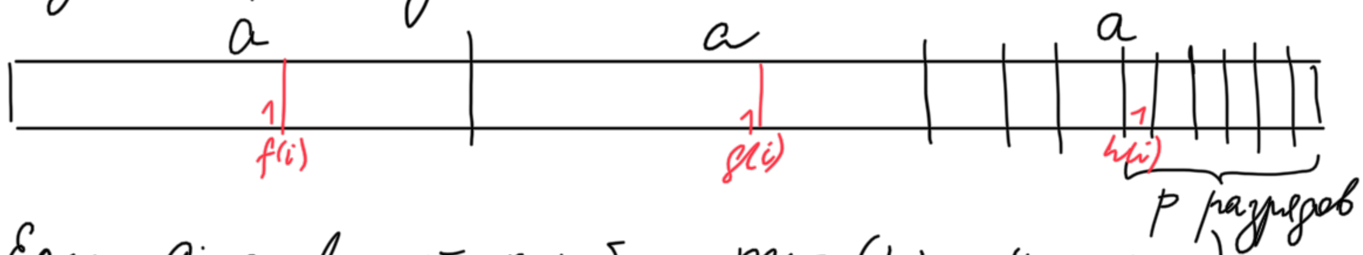
РАЗБИЕНИЕ: $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ $s: A \to \mathbb{Z}^+$

Вопрос: существует ли подмножество $A' \subseteq A$ такое, что $\sum_{a_i\in A'} s(a) = \sum_{a_i\notin A'} s(a)$?

Пусть $M = \{m_1, m_2, \dots, m_k\}$

Возьмём k предметов $a_1, \dots, a_k$. Добавим b_1, b_2

Возьмём $p = \lceil \log(k+1) \rceil$



Если a_i отвечает тройке $m_i = (w_{f(i)}, x_{g(i)}, y_{h(i)})$

$f, g, h : \{1, \dots, k\} \longrightarrow \{1, \dots, q\}$

то $s(a_i) = 2^{p(3q - f(i))} + 2^{p(2q - g(i))} + 2^{p(q - h(i))}$

Пусть $B = \sum_{j=0}^{3q-1} 2^{pj}$

$S' = \sum_i s(a_i)$

$s(b_1) = 2S' - B$

$s(b_2) = S' + B$

Если разбиение $\{a_1, \dots, a_k, b_1, b_2\}$ на равные по размерам части построено, то b_1 и b_2 должны быть в разных частях.

Итак, мн-во $\{a_1, \dots, a_k\}$ разбивается на A' и $\{a_1, \dots, a_k\} \setminus A'$ такие, что $\sum_{a_i\in A} s(a_i) + s(b_1) = \sum_{a_i\notin A'} s(a_i) + s(b_2)$

$\sum_{a_i\in A'} s(a_i) + 2S - B = \cancel{S} - \sum_{a_i\in A} s(a_i) + \cancel{S} + B$

Итак, $\sum_{a_i\in A} s(a_i) = B$. Тогда тройки, отвечающие предметам из A', образуют M'

Следствие: задача о рюкзаке