

ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным работам по курсу «Математика», II семестр. Часть 3 «Определенный интеграл»

Непосредственное применение формулы Ньютона-Лейбница

№	Условие задачи	Ответы, указания
1	$\int_0^1 \sqrt{1+x} dx$ (№2231 Берман)	$\frac{2(\sqrt{8}-1)}{3}$
2	$\int_4^9 \frac{y-1}{\sqrt{y+1}} dy$ (№2234 Берман)	$7\frac{2}{3}$
3	$\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$ (№2244 Берман)	2
4	$\int_{-0.5}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}$ (№2250 Берман)	$\frac{\pi}{6}$
5	$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt[3]{\sin x}} dx$ (№2255 Берман)	-0,083...

Замена переменной в определенном интеграле

№	Условие задачи	Ответы, указания
6	$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$ (№2275 Берман)	$7+2\ln 2$
7	$\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ (№2277 Берман)	$\frac{32}{3}$
8	$\int_3^8 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$ (№2278 Берман)	$\frac{5}{3} - 2\ln 2$

Интегрирование по частям в определенном интеграле

№	Условие задачи	Ответы, указания
9	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ (№2260 Берман)	$\frac{\pi}{2} - 1$
10	$\int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$ (№2262 Берман)	$\pi^3 - 6\pi$

11	$\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$ (№2264 Берман)	1
12	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x dx$ (№2267 Берман)	$\frac{e^{\pi} - 2}{5}$

Площадь фигуры с помощью определенного интеграла

№	Условие задачи	Ответы, указания
13	Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$. (№2458 Берман)	$\frac{1}{3}$
14	Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью абсцисс и линиями $y = \sin x$ и $y = \cos x$. (№2485 Берман)	$2 - \sqrt{2}$

Длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

№	Условие задачи	Ответы, указания
15	Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \sin x$ от $x = \frac{\pi}{3}$ до $x = \frac{\pi}{2}$. (Данко №1613)	$\frac{1}{2} \ln 3$
16	Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{x^2}{2}$ от $x = 0$ до $x = 1$. (Данко №1615)	$0,5 \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right]$

Длины дуг кривых, заданных параметрическими уравнениями.

№	Условие задачи	Ответы, указания
17	Вычислить длину дуги кривой $x = \frac{t^3}{3} - t, y = t^2 + 2$ от $t = 0$ до $t = 3$. (Данко №1618)	12
18	Вычислить длину дуги кривой $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t$ от $t = 0$ до $t = \ln \pi$. (Данко №1619)	$\sqrt{2}(\pi - 1)$

Вычисление объемов тел вращения вокруг оси Ox и Oy с помощью определенного интеграла

№	Условие задачи	Ответы, указания
19	Фигура, ограниченная дугами парабол $y = x^2$ и $y^2 = x$, вращается вокруг оси Ox . Найти объем тела, полученного вращением указанной фигуры. (№2561 Берман)	$\frac{3\pi}{10}$
20	Фигура, ограниченная линиями $xy = 5, x = 1, x = 2, y = 0$, вращается вокруг оси Ox . Найти объем тела, полученного вращением указанной фигуры. [3, стр. 144-145]	$\frac{25\pi}{2}$

21	Фигура, ограниченная линиями $y = 3\cos x$, $x = 0$, $y = 0$, вращается вокруг оси Ox . Найти объем тела, полученного вращением указанной фигуры. [3, стр. 144-145]	$\frac{9\pi^2}{4}$
22	Фигура, ограниченная линиями $x = 3\sqrt{y}$, $x = 0$, $y = 9$, вращается вокруг оси Oy . Найти объем тела, полученного вращением указанной фигуры. [3, стр. 144-145]	$\frac{729\pi}{2}$
23	Фигура, ограниченная линиями $y = x^2$, $x = 0$, $y = 2$, вращается вокруг оси Oy . Найти объем тела, полученного вращением указанной фигуры. [3, стр. 144-145]	2π

Использовались учебные пособия:

- 1) Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебн. пособие для студентов вузов. В 2-х ч. Ч. I.-4-е изд.,испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1986.-304 с., ил.
- 2) Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. Изд. 20. М.: «Наука», 1985
- 3) С. Е. Демин, Е. Л. Демина Определенный интеграл: учеб.-метод. пособие. ССЫЛКА: https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/27719/1/Demin_OprIntegral_2013.pdf