ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным работам по курсу «Математика», I семестр. Часть 1.

Определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений

№	Условие задачи	Ответ
1	$\det\begin{pmatrix} -1 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & -5 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$	$[-5]$
2	Решить методом Крамера СЛУ $\begin{cases} 3\cdot x + 11\cdot y = -7 \\ -2\cdot x - 7\cdot y = 5 \end{cases}$	$[x=-6;\ y=1]$
3	Решить методом Крамера СЛУ $\begin{cases} 2\cdot x + 1\cdot y + 1\cdot z = 2 \\ 1\cdot x + 1\cdot y = 4 \\ 1\cdot x + 1\cdot y + 1\cdot z = 1 \end{cases}$	$[x=1,\ y=3,\ z=-3]$
4	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & a+3 & b+4 \\ 2 & c+3 & d+4 \end{vmatrix}$ Указание: воспользоваться свойствами определителя.	$2\,(ad-bc)$
5*	Решить методом Крамера СЛУ $\begin{cases} ax+by+cz=a-b, \\ bx+cy+az=b-c, \\ cx+ay+bz=c-a, \end{cases}$ если $a+b+c\neq 0$. Указание: воспользоваться свойствами определителя.	$x=1,\ y=-1,\ z=0$
6	Решить методом Гаусса СЛУ $\begin{cases} 1\cdot x + 4\cdot y + 1\cdot z = 11 \\ -4\cdot x + 3\cdot y + 8\cdot z = -11 \\ -2\cdot x + 3\cdot y + 5\cdot z = -3 \end{cases}$	$[x=1,\ y=3,\ z=-2]$
7	Решить методом Гаусса СЛУ $\begin{cases} 2\cdot x_1 - 1\cdot x_2 + 7\cdot x_3 = 0 \\ -1\cdot x_1 + 1\cdot x_2 - 4\cdot x_3 = 0 \end{cases}$	$[(-3x_3, 1x_3, x_3)]$
8	Решить методом Гаусса СЛУ $\begin{cases} 7\cdot x_1 - 5\cdot x_2 - 9\cdot x_3 = 7 \\ 3\cdot x_1 - 2\cdot x_2 - 4\cdot x_3 = 3 \\ -5\cdot x_1 + 3\cdot x_2 + 7\cdot x_3 = -5 \end{cases}$	

Использовалось учебное пособие

Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я.
Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов втузов. В 2-х ч. Ч. I.— 4-е изд., испр. и доп.— М.: Высш. шк., 1986.—304 с., ил.

Векторная алгебра

№	Условие задачи	Ответ
9	Вектор $\vec{CD}$ направлен в ту же сторону, что и вектор $\vec{AB}$ и длина вектора $\vec{CD}$ равна $\sqrt{117}$. Найти координаты точки D, если $A=(-8,3)$, $B=(-11,5)$ и $C=(8,3)$.	$[(-1,9)]$
10	Даны координаты трех вершин параллелограмма: $A=(1,2)$, $B=(-3,0)$ и $D=(-3,7)$. Найти координаты оставшейся вершины C.	Для ABCD: $(-7,5)$
11	Найти такое число z, что вектор $(-8,-9,-2)$ перпендикулярен вектору $(2,2,z)$.	$[-17]$
12	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}=(-2,3,4)$ и $\vec{b}=(1,0,-2)$	-10
13	Дано: Координаты векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ в ортонормированном базисе: $\vec{a}=(1,1)$, $\vec{b}=(-1,0)$. Координаты векторов $\vec{c}$, $\vec{d}$ в базисе $\vec{a},\vec{b}$: $\vec{c}=(-2,3)$, $\vec{d}=(-1,-2)$. Найдите: скалярное произведение векторов $\vec{c}$ и $\vec{d}$.	$[-3]$
14	Даны координаты точек A, B, C, D, E в «обыкновенной» прямоугольной декартовой системе координат: $A=(4,-3)$, $B=(7,-4)$, $C=(3,-4)$, $D=(-1,-1)$, $E=(16,-4)$. Найдите координаты точки E в новой системе координат с началом координат в точке D и базисными векторами $\vec{AB}$ и $\vec{BC}$.	$[(3,-2)]$
15	Найти проекцию вектора $\boldsymbol{S}=\{\sqrt{2};\ -3;\ -5\}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oz углы $\alpha=45°$, $\gamma=60°$, а с осью Oy — острый угол β.	-3
16	Найти орт вектора $\boldsymbol{a}=\{6;\ -2;\ -3\}$.	$a^0=\left\{\frac{6}{7};\ -\frac{2}{7};\ -\frac{3}{7}\right\}$
17	Найти угол между векторами AB и AC, где $A(-1;2;-3)$, $B(3;4;-6)$, $C(1;1;-1)$.	$\pi/2$
18	Выразить векторное произведение [c,d] через векторное произведение [a,b], если $c=\alpha_1 a+\beta_1 b$, $d=\alpha_2 a+\beta_2 b$. 2) Найти длину вектора [c, d], если заданы длины векторов a и b и угол между ними. $\alpha_1=-2$, $\beta_1=3$, $\alpha_2=2$, $\beta_2=2$, угол равен 90 град, $\|a\|=2$, $\|b\|=3$.	$[c,d]=-10[a,b]$, $\|[c,d]\|=60$
19	Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=\vec{p}+2\vec{q}, \vec{b}=3\vec{p}-\vec{q}$, где $\|\vec{p}\|=1, \|\vec{q}\|=2$, угол между $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен $\pi/6$.	7
20	Найти площадь треугольника, координаты вершин которого $(1,7)$, $(-5,13)$ и $(-6,4)$.	$[30]$
21	Найти координаты вектора $\vec{a}$, который ортогонален векторам $\vec{b}=(6,-6,-2)$ и $\vec{c}=(9,4,-29)$ и имеет длину $\sqrt{94}$.	$[\pm(7,6,3)]$
22	1) Найти векторное произведение векторов x и y если эти векторы заданы своими разложениями по векторам a, b и c. 2) Найти смешанное произведение векторов x, y, z, если эти векторы заданы своими разложениями по векторам a, b и c.	$-2[\vec{a},\vec{b}]+6[\vec{a},\vec{c}]-4[\vec{b},\vec{c}]$ $(\vec{a},\vec{b},\vec{c})\left\|\begin{pmatrix}-3 & -1 & -1\\ -3 & 1 & 3\\ -1 & 1 & -1\end{pmatrix}\right\|$

	$\vec{x} = -3\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}$ $\quad \vec{y} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ $\quad \vec{z} = -3\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$	$2\,(\vec{a},\vec{b},\vec{c}) - 6\,(\vec{a},\vec{c},\vec{b}) + 12\,(\vec{b},\vec{c},\vec{a})$
23	Компланарны ли векторы $\boldsymbol{a} = (1;-1;-3)$, $\boldsymbol{b} = (3;2;1)$, $\boldsymbol{c} = (2;3;4)$? Если нет, то какую тройку они образуют – левую или правую?	да
24	Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (-2,3,4)$, $\vec{b} = (0,-2,1)$, $\vec{c} = (1,1,-1)$	9
25	Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2;\ -1;\ 1)$, $B(5;\ 5;\ 4)$, $C(3;\ 2;\ -1)$ и $D(4;\ 1;\ 3)$.	3

Использовалось учебное пособие

Давид Викторович Клетеник

Сборник задач по аналитической геометрии

М., 1980 г., 240 стр. с илл.