

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 31

1. Разложить рациональную дробь $\frac{4 + 9x + 11x^2 + 6x^3}{-4 - 2x + 2x^2 + 3x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -16 + 8x + 3x^2 + 4x^3 + x^4$, $g = -4 - x + 3x^2 + x^3 + x^4$.
3. Доказать, что многочлен $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$ не имеет кратных корней.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{30} + x^{15} + 1$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6$.
6. Вычислить $\frac{(1-i)^3 - (1+2i)^2}{(-1+i)^2 + (1+2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(2 - \sqrt{3} - i)^{90}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $1 \leq |z - 1 + i| < 3$.
9. Решить уравнение $z^8 = \frac{\sqrt{3} + i}{1 + i}$.
10. Вычислить $\prod_{i=1}^n \varepsilon^i$, где ε —корень n -й степени из 1.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 32

1. Разложить рациональную дробь $\frac{14 + 15x + 13x^2 + 3x^3}{-4 - 2x + 2x^2 + 3x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -25 + 15x + 4x^2 + 5x^3 + x^4$, $g = -5 - x + 4x^2 + x^3 + x^4$.
3. Доказать, что для любых натуральных $n > m$ многочлен $x^n + ax^{n-m} + b$ не может иметь корней кратности выше 2, отличных от нуля.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{30} - x^{15} + 1$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$.
6. Вычислить $\frac{(1+i)^3 - (1-i)^2}{(3+i)^2 + (-1+2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(2 + \sqrt{3} - i)^{120}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $2 \leq |z - 1 - i| < 3$.
9. Решить уравнение $z^8 = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - i}$.
10. Найти сумму $\sin \frac{2\pi}{n} + 2 \sin \frac{4\pi}{n} + \dots + (n - 1) \sin \frac{2(n-1)\pi}{n}$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 33

1. Разложить рациональную дробь $\frac{5 - 10x + 12x^2 - x^3}{-6 + x - 5x^2 + x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -36 + 24x + 5x^2 + 6x^3 + x^4$, $g = -6 - x + 5x^2 + x^3 + x^4$.
3. Найти условия, при которых многочлен $x^n + ax^{n-m} + b$ имеет корень кратности 2, отличный от нуля.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{30} - 2x^{15} + 2$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^3 - 6x^2 + 15x - 14$.
6. Вычислить $\frac{(2-i)^3 - (1+i)^2}{(1-i)^2 + (3-2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $\frac{(1+\sqrt{3}i)^{45}}{(\sqrt{3}+i)^{33}}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $1 \leq |z - 1 + 2i| < 2$.
9. Решить уравнение $z^6 = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i}$.
10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n j \cos jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 34

1. Разложить рациональную дробь $\frac{8 - 2x + 16x^2 + 4x^3}{-6 + x - 5x^2 + x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.

2. Найти НОД многочленов $f = -4 - 2x + 2x^2 + 3x^3 + x^4$, $g = -4 - 6x - 2x^2 + x^3 + x^4$.

3. Определить коэффициент a так, чтобы многочлен $x^5 - ax^2 - ax + 1$ имел число -1 корнем кратности не ниже 2.

4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{30} + 2x^{15} + 2$.

5. Найти рациональные корни многочлена $x^5 - 7x^3 - 12x^2 + 6x + 36$.

6. Вычислить $\frac{(-2+i)^3 - (-1+2i)^2}{(-1+i)^2 + (-3+2i)^2}$.

7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $\frac{(1-\sqrt{3}i)^{45}}{(\sqrt{3}-i)^{33}}$.

8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $2 \leq |z - 1 - 3i| < 3$.

9. Решить уравнение $z^6 = \frac{\sqrt{3} + i}{1 + i}$.

10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n j \sin jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 35

1. Разложить рациональную дробь $\frac{-12 - 15x - 4x^2 + x^3}{-4 - 2x + 2x^2 + 3x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -9 + 4x^2 + 4x^3 + x^4$, $g = -6 - 7x - x^2 + x^3 + x^4$.
3. Отделить кратные множители многочлена $x^5 - 6x^4 + 16x^3 - 24x^2 + 20x - 8$.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{20} - 2x^{10} + 2$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$.
6. Вычислить $\frac{(2-3i)^3 - (1-2i)^2}{(1-i)^2 + (3-2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^{45}}{(\sqrt{3}-i)^{33}}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $1 \leq |z - 3 + i| < 3$.
9. Решить уравнение $z^6 = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}$.
10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n \cos^2 jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 36

1. Разложить рациональную дробь $\frac{10 + x + 3x^2 + x^3}{-4 - 2x + 2x^2 + 3x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -16 + 4x + 6x^2 + 5x^3 + x^4$, $g = -8 - 8x + x^3 + x^4$.
3. Отделить кратные множители многочлена $8 + 20x + 26x^2 + 19x^3 + 7x^4 + x^5$.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{20} + 2x^{10} + 2$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^5 + x^4 - 6x^3 - 14x^2 - 11x - 3$.
6. Вычислить $\frac{(1-3i)^3 + (3-2i)^2}{(2-i)^3 - (3-2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $\frac{(1+\sqrt{3}i)^{45}}{(\sqrt{3}-i)^{33}}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $2 \leq |z - 1 - 2i| < 3$.
9. Решить уравнение $z^8 = \frac{1 + i\sqrt{3}i}{1 - i}$.
10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n \sin^2 jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 37

1. Разложить рациональную дробь $\frac{64 - 49x + 12x^3}{-20 + 14x - 2x^2 - 5x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
2. Найти НОД многочленов $f = -25 + 10x + 8x^2 + 6x^3 + x^4$, $g = -10 - 9x + x^2 + x^3 + x^4$.
3. Отделить кратные множители многочлена $x^5 + 5x^4 + 12x^3 + 16x^2 + 12x + 4$.
4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{19} + x^{18} + \dots + x + 1$.
5. Найти рациональные корни многочлена $x^4 + (x + 2)^4 - 16$.
6. Вычислить $\frac{(2+i)^3 - (1+2i)^2}{(1+i)^2 + (3+2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)^{30}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $5 \leq |z - 2| < 8$.
9. Решить уравнение $z^8 = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i}$.
10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n j \cos^2 jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 38

1. Разложить рациональную дробь $\frac{8 + 21x - 30x^2 + 7x^3}{-20 + 14x - 2x^2 - 5x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.

2. Найти НОД многочленов $f = -36 + 18x + 10x^2 + 7x^3 + x^4$, $g = -12 - 10x + 2x^2 + x^3 + x^4$.

3. Отделить кратные множители многочлена $x^5 + 7x^4 + 16x^3 + 8x^2 + 12x + 4$.

4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{29} + x^{28} + \dots + x + 1$.

5. Найти рациональные корни многочлена $x^6 + (x + 2)^6 - 64$.

6. Вычислить $\frac{(1+2i)^3 + (2-i)^2}{(1-i)^2 - (1-2i)^2}$.

7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)^{30}$.

8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $5 \leq |z - 1| < 7$.

9. Решить уравнение $z^8 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - i}$.

10. Найти сумму $\sum_{j=1}^n j \sin^2 jx$.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 39

1. Найти НОД многочленов $f = -4 + x^2 + 2x^3 + x^4$, $g = -2 - x + x^2 + x^3 + x^4$.
2. Отделить кратные множители многочлена $x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4$.
3. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{20} + x^{10} + 1$.
4. Найти рациональные корни многочлена $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 17x - 6$.
5. Разложить рациональную дробь $\frac{-7 - 8x + 2x^2 + 5x^3}{-6 + x - 5x^2 + x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.
6. Вычислить $\frac{(2+i)^3 - (1+2i)^2}{(1+i)^2 + (3+2i)^2}$.
7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(2 - \sqrt{3} + i)^{30}$.
8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $1 \leq |z - 2| < 2$.
9. Решить уравнение $z^6 = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - i}$.
10. Вычислить $1 + 2\varepsilon + 3\varepsilon^2 + \dots + n\varepsilon^{n-1}$, где ε —корень n -й степени из 1.

Домашнее задание № 2 по основам алгебры

Семестр I, мат-мех факультет, дневное отделение

Вариант № 40

1. Разложить рациональную дробь $\frac{7 - 4x + 15x^2 + 2x^3}{-6 + x - 5x^2 + x^3 + x^4}$ на простейшие дроби над полем действительных чисел.

2. Найти НОД многочленов $f = -9 + 3x + 2x^2 + 3x^3 + x^4$, $g = -3 - x + 2x^2 + x^3 + x^4$.

3. Построить многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющий корни i кратности 2 и $1 - i$ кратности 1.

4. Найти разложение на неприводимые множители над полем \mathbb{R} многочлена $x^{20} - x^{10} + 1$.

5. Найти рациональные корни многочлена $x^4 - x^3 - 6x^2 + 14x - 12$.

6. Вычислить $\frac{(1+2i)^3 - (2-i)^2}{(1-i)^2 + (1-2i)^2}$.

7. Вычислить с помощью тригонометрической формы комплексного числа $(2 + \sqrt{3} + i)^{60}$.

8. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, для которых $2 \leq |z - 1| < 3$.

9. Решить уравнение $z^8 = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i}$.

10. Найти сумму $\cos \frac{2\pi}{n} + 2 \cos \frac{4\pi}{n} + \dots + (n - 1) \cos \frac{2(n-1)\pi}{n}$.