

Вар.: **906290101**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Бахтеева В.А.**

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-3, -4, 7)$, $\vec{b} = (6, -6, 3)$, $\vec{c} = (-10, -7, 3)$ и $\vec{d} = (-52, 77, -69)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(4, -6)$ и $B(-5, 6)$, разделен на 4 равные части. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-2, 3, 1)$ на вектор $\vec{a} = (2, -1, -2)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (-8, 1, -6)$ на вектор $\vec{a} = (2, -3, 6)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 6$ и $\vec{a}\vec{b} = 13$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 3, 3)$, $\vec{b} = (-2, -3, 3)$ и $\vec{c} = (3, 2, 2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $3\sqrt{298}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — правая.

7. Объем тетраэдра $V = 2$, три его вершины находятся в точках $A(9, 4, -2)$, $B(5, 9, -5)$ и $C(10, 3, -1)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Ox .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, -3, 2)$, $\vec{b} = (3, 2, -3)$ и $\vec{c} = (3, -3, -2)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-5, 3)$ и повернув координатные оси на угол 30° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d}))) = (\vec{a} \times \vec{c})(\vec{b}\vec{d}) - (\vec{a} \times \vec{d})(\vec{b}\vec{c}).$$

Вар.: **906290102**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Брынских А.В.**

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 4:1. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Даны две вершины $A(6, 1)$, $B(-1, -7)$ и точка пересечения медиан $M(2, 3)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-2, 2, -2)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (-2, -6, -3)$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (3, 6, 2)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (2, -4, 2)$, $\vec{b} = (4, 1, 4)$ и $\vec{c} = (2, 2, -1)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 10$, три его вершины находятся в точках $A(9, -30, 20)$, $B(14, -35, 25)$ и $C(12, -31, 23)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Ox .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -2, 3)$, $\vec{b} = (-3, 1, 3)$ и $\vec{c} = (-6, 18, 6)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-27, 19)$, $B(8, -11)$, $C(-6, 5)$ приобретают новые координаты $(4, -5)$, $(-5, -1)$, $(-3, -5)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Даны произвольные векторы $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$. Доказать, что для $\vec{a} = \vec{p} \times \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{q} \times \vec{n}$, $\vec{c} = \vec{r} \times \vec{n}$ выполняется $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 0$.

Вар.: **906290103**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Ворсин Р.А.**

1. Даны три вектора $\vec{a} = (-3, 9)$, $\vec{b} = (-1, -7)$ и $\vec{c} = (-6, -12)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(-3, -3)$ и $B(-8, 6)$, разделен на 5 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-3, 2, 3)$ на вектор $\vec{a} = (-3, 4, -6)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (-7, 7, -3)$ на вектор $\vec{a} = (-2, 6, -3)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, вычислить $\left| (5\vec{a} + 5\vec{b}) \times (4\vec{a} - 6\vec{b}) \right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (4, -4, 2)$, $\vec{b} = (-5, 2, 4)$ и $\vec{c} = (-5, 1, 4)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 72$, три его вершины находятся в точках $A(54, 54, 6)$, $B(49, 58, 8)$ и $C(56, 56, 10)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oz .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (5, 3, -1)$, $\vec{b} = (-3, 0, 1)$ и $\vec{c} = (18, -50, 54)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-1, 2)$ и $(2, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 9\vec{a}_1 - 14\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать, что любая плоскость, проходящая через середины двух скрещивающихся ребер тетраэдра, делит этот тетраэдр на две одинаковые по объему части.

Вар.: **906290104**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Глазырин И.Д.**

1. Даны три вершины параллелограмма $A(-5, -5, 4)$, $B(1, 4, -6)$ и $C(9, 8, 1)$. Найти координаты четвертой вершины D .

2. Даны две вершины $A(8, -9)$, $B(5, 1)$ и точка пересечения медиан $M(1, 4)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-1, -2, 3)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (3, -6, -2)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 10$, $|\vec{c}| = 1$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -4$, $\beta = 4$, $\gamma = -1$.

5. Даны вершины треугольника $A(8, 1, -3)$, $B(6, 4, -2)$ и $C(6, 0, -4)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 1, -3)$, $\vec{b} = (-3, 1, -2)$ и $\vec{c} = (2, 1, -1)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $6\sqrt{3}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 2$, три его вершины находятся в точках $A(-4, -4, -5)$, $B(-3, -5, -4)$ и $C(-3, -7, -2)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oz .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (3, -1, 2)$, $\vec{b} = (0, -1, 1)$ и $\vec{c} = (-2, -2, 0)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(0, -10)$, $B(18, 5)$, $C(-15, 7)$ приобретают новые координаты $(-4, 5)$, $(-3, -2)$, $(5, 1)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d}))) = (\vec{a} \times \vec{c})(\vec{b}\vec{d}) - (\vec{a} \times \vec{d})(\vec{b}\vec{c}).$$

Вар.: **906290105**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: Голубцова Е.Д.

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 11:6. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Даны две вершины $A(3, 4)$, $B(-1, -5)$ и точка пересечения медиан $M(6, 3)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (9, -5, 4)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = -976$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 9$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -3$, $\beta = -4$, $\gamma = 3$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 15$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 87$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, 2, -3)$, $\vec{b} = (3, 1, 1)$ и $\vec{c} = (-2, -2, -3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $2\sqrt{138}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(8, 8, 8)$, $A(5, 5, 5)$, $B(13, 4, 12)$, $C(3, 11, 7)$. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB , AC и BC .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, 2, -1)$, $\vec{b} = (-2, 0, -3)$ и $\vec{c} = (-6, -5, 4)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-2, -2)$ и $(1, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -5\vec{b}_1 - 2\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x} \times \vec{y}) = \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \end{vmatrix}.$$

Вар.: **906290106**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: Даминов И.Р.

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (5, 2, 5)$, $\vec{b} = (10, -9, 7)$, $\vec{c} = (-6, -7, -8)$ и $\vec{d} = (124, -59, 98)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(8, -1)$, $B(4, -4)$, $C(2, 7)$.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (-1, -9, -4)$ и $\vec{b} = (6, -10, -5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oz и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = 6$, $\vec{x}\vec{b} = 28$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-2, -2, -1)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{2}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$, вычислить $\left| (3\vec{a} + 3\vec{b}) \times (2\vec{a} - 2\vec{b}) \right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (2, 2, 1)$, $\vec{b} = (-2, 3, 2)$ и $\vec{c} = (-3, -2, -1)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $3\sqrt{213}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$ — левая.

7. Даны вершины тетраэдра $A(10, -9, 4)$, $B(9, -7, 7)$, $C(13, -8, 1)$ и $D(7, -10, 3)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D , не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (0, -2, -3)$, $\vec{b} = (3, 3, 3)$ и $\vec{c} = (1, 3, -3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-2, 2)$ и $(-1, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 4\vec{b}_1 + 5\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что а) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны; б) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то они коллинеарны.

Вар.: **906290107**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Евдокимов А.С.**

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (-19, 23, 120)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-10, -1, 8)$ и $\vec{b} = (9, -6, -10)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-10, -4, -9)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(7, -7)$, $B(4, -11)$, $C(15, -13)$.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (2, 2, 2)$ на вектор $\vec{a} = (-1, 2, -2)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 5$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = 4$, $\beta = 5$, $\gamma = 1$.

5. Даны вершины треугольника $A(-8, -6, 2)$, $B(-7, -7, 3)$ и $C(-6, -8, 3)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (1, -3, -3)$, $\vec{b} = (1, 3, -3)$ и $\vec{c} = (2, -2, 3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $6\sqrt{89}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — правая.

7. Объем тетраэдра $V = 96$, три его вершины находятся в точках $A(72, -6, -72)$, $B(76, -11, -77)$ и $C(68, -7, -73)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oy .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -1, 2)$, $\vec{b} = (2, 3, 1)$ и $\vec{c} = (-2, 0, -2)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, 2)$ и $(-3, -1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -22\vec{a}_1 - 14\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Даны произвольные векторы $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$. Доказать, что для $\vec{a} = \vec{p} \times \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{q} \times \vec{n}$, $\vec{c} = \vec{r} \times \vec{n}$ выполняется $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 0$.

Вар.: **906290108**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Звягинцев Р.Е.**

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-9, -5, 5)$, $\vec{b} = (2, -1, -2)$, $\vec{c} = (10, 2, 7)$ и $\vec{d} = (-69, -3, -3)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Даны две точки $A(-1, 8, -4)$ и $B(6, 2, 6)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 13 раз длиннее отрезка AB .

3. Даны два вектора $\vec{a} = (10, 1, -9)$ и $\vec{b} = (4, -7, 5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oy и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -31$, $\vec{x}\vec{b} = -21$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (-5, 5, -4)$ на вектор $\vec{a} = (2, 6, -3)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, вычислить $\left| (-5\vec{a} + 1\vec{b}) \times (-6\vec{a} - 2\vec{b}) \right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (2, 3, 2)$, $\vec{b} = (-3, -3, -2)$ и $\vec{c} = (-3, -1, -1)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{142}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — правая.

7. Установить, лежат ли точки $A(9, 9, -1)$, $B(7, 5, -2)$, $C(13, 12, 0)$ и $D(12, 5, 0)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -2, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, 2)$ и $\vec{c} = (-1, -1, -2)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(3, 2)$ и повернув координатные оси на угол 120° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b})(\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{a}\vec{c})(\vec{d} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{d})(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}).$$

Вар.: **906290109**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Зубарев Д.А.**

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (-61, -110, -83)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-6, 9, -7)$ и $\vec{b} = (7, 5, 6)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (7, 5, 10)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(2, -9)$, $B(-2, -6)$, $C(-4, -17)$.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (6, 2, 3)$ и $\vec{b} = (4, 2, 3)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = 1$, $\vec{x}\vec{b} = 1$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (2, -2, -1)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 2$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 18$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 30$, три его вершины находятся в точках $A(20, 30, 9)$, $B(22, 27, 5)$ и $C(16, 31, 10)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oz .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, 3, 1)$, $\vec{b} = (-2, 1, -3)$ и $\vec{c} = (-12, -4, -12)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(3, -1)$ и $(-1, 3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -5\vec{b}_1 + 5\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что модуль проекции вектора $\vec{b}$ на прямую, перпендикулярную вектору $\vec{a}$, равен $\frac{|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})|}{|\vec{a}|^2}$.

Вар.: **906290110**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Иванов В.А.**

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-9, -10, 6)$, $\vec{b} = (7, -7, 5)$, $\vec{c} = (-4, -10, 7)$ и $\vec{d} = (27, -7, 9)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(4, 3)$, $B(8, 6)$, $C(10, 11)$.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-3, 2, 2)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (-3, 2, -6)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 150° , 120° , 120° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 10$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 31$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, -2, -2)$, $\vec{b} = (1, 2, -2)$ и $\vec{c} = (1, -3, 2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $12\sqrt{5}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-10, 9, -8)$, $B(-9, 10, -9)$, $C(-8, 11, -6)$ и $D(-12, 12, -9)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D , не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, 2, -2)$, $\vec{b} = (2, 0, -2)$ и $\vec{c} = (2, 3, -1)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-1, 3)$, $B(-28, -25)$, $C(8, 3)$ приобретают новые координаты $(-5, -4)$, $(5, -3)$, $(1, 5)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{a}\vec{d}\vec{e}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{b}\vec{d} & \vec{a}\vec{b}\vec{e} \\ \vec{a}\vec{c}\vec{d} & \vec{a}\vec{c}\vec{e} \end{vmatrix}.$$

Вар.: **906290111**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Иванов К.Е.**

1. Даны три вершины параллелограмма $A(-3, -3, -10)$, $B(7, -9, 3)$ и $C(-8, 4, 6)$. Найти координаты четвертой вершины D .

2. Отрезок, ограниченный точками $A(-1, 9)$ и $B(-2, 4)$, разделен на 5 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-2, 3, 3)$ на вектор $\vec{a} = (-6, 3, -4)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 45° , 60° , 45° ? Ответ надо обосновать.

5. Даны вершины треугольника $A(4, 5, 4)$, $B(6, 3, 7)$ и $C(6, 6, 2)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 90° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 7$, $|\vec{c}| = 9$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V=14$, три его вершины находятся в точках $A(-7, 21, 14)$, $B(-8, 17, 15)$ и $C(-5, 26, 11)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Ox .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, -1, 3)$, $\vec{b} = (-3, -1, 3)$ и $\vec{c} = (-2, -2, -2)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-3, 3)$ и $(2, 1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{b}_1 - \vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2 (\vec{a} \times \vec{c})^2 - ((\vec{a} \times \vec{b})(\vec{a} \times \vec{c}))^2 = \vec{a}^2 (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2.$$

Вар.: **906290112**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Исмаилов Р.Г.**

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как $11:2$. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Даны две вершины $A(9, -1)$, $B(2, -1)$ и точка пересечения медиан $M(-9, -7)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-2, -2, -2)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (-1, 2, 2)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 60° , 120° , 150° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 6$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 2$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 135° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — правая. Зная, что $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 12\sqrt{2}$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 42$, три его вершины находятся в точках $A(-28, -42, 7)$, $B(-29, -40, 11)$ и $C(-33, -46, 4)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oz .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -2, 1)$, $\vec{b} = (3, -2, 0)$ и $\vec{c} = (3, 2, -2)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(3, 2)$ и $(-1, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 14\vec{a}_1 + 7\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать, что сумма векторов, перпендикулярных к граням произвольного тетраэдра, равных по длине площадям этих граней и направленных в сторону вершин, противолежащих этим граням, равна нулю.

Вар.: **906290113**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Кодес М.П.**

1. Даны три вектора $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (4, -4)$ и $\vec{c} = (-45, 46)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(9, -8)$ и $B(-9, -4)$, разделен на 4 равные части. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (1, 1, 3)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (-1, -2, 2)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 135° , 150° , 150° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ и $\vec{a}\vec{b} = 1$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 3, -2)$, $\vec{b} = (2, 1, 1)$ и $\vec{c} = (-3, -3, -2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{1997}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — правая.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-10, -4, 2)$, $B(-9, -2, -1)$, $C(-13, -2, 3)$ и $D(-9, -3, 5)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D , не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -3, -3)$, $\vec{b} = (1, -2, 2)$ и $\vec{c} = (-3, 33, -30)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-4, 0)$, $B(-2, -1)$, $C(5, -16)$ приобретают новые координаты $(-1, 2)$, $(2, 3)$, $(1, -5)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{a}\vec{d}\vec{e}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{b}\vec{d} & \vec{a}\vec{b}\vec{e} \\ \vec{a}\vec{c}\vec{d} & \vec{a}\vec{c}\vec{e} \end{vmatrix}.$$

Вар.: **906290114**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Косоногова А.М.**

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 12:3. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Даны две вершины $A(-7, 1)$, $B(5, -7)$ и точка пересечения медиан $M(-4, 5)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (2, 2, 1)$ на вектор $\vec{a} = (-2, -2, -1)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (-4, 2, 3)$ на вектор $\vec{a} = (6, 2, 3)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{3\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 4$, вычислить $\left| (1\vec{a} + 5\vec{b}) \times (-2\vec{a} - 4\vec{b}) \right|^2$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 150° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — правая. Зная, что $|\vec{a}| = 9$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 24$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(-3, -9, -3)$, $A(-5, -4, -6)$, $B(2, -4, 0)$, $C(-8, -13, -6)$. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB , AC и BC .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (3, 3, 3)$, $\vec{b} = (-1, -3, -2)$ и $\vec{c} = (-6, 30, -42)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенесли начало координат в точку $P(5, -5)$ и повернув координатные оси на угол 240° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2 + |(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|^2 = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 \cdot |\vec{c}|^2.$$

Вар.: **906290115**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Маслаков К.Д.**

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 17:3. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(5, 5)$ и $B(1, 7)$, разделен на 5 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (5, 1, -7)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 525$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (7, -6, 3)$ на вектор $\vec{a} = (-6, 3, -2)$.

5. Даны вершины треугольника $A(5, 10, 3)$, $B(4, 11, 0)$ и $C(3, 8, 5)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 60° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 2\sqrt{3}$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(10, -10, -2)$, $B(11, -5, -5)$, $C(7, -11, -6)$ и $D(7, -12, -1)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, 2, 2)$, $\vec{b} = (-3, 1, 2)$ и $\vec{c} = (-48, -29, -43)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, 2)$ и $(1, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 7\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x} \times \vec{y}) = \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \end{vmatrix}.$$

Вар.: **906290116**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Медведев И.С.**

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 10:2. Принимая за базисные векторы $\vec{AC}$ и $\vec{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{BC}$, $\vec{CD}$ и $\vec{DA}$.

2. Даны две точки $A(4, 8, 4)$ и $B(-3, 1, -10)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 8 раз длиннее отрезка AB .

3. Даны два вектора $\vec{a} = (-10, 3, -2)$ и $\vec{b} = (-2, -10, -5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oy и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -58$, $\vec{x}\vec{b} = -30$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 45° , 90° , 45° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 12$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 21$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (3, -2, -2)$, $\vec{b} = (2, 2, 1)$ и $\vec{c} = (-3, -2, -2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $3\sqrt{273}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — правая.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-10, -7, -2)$, $B(-11, -5, 0)$, $C(-8, -8, -4)$ и $D(-11, -4, -3)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D , не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-1, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$ и $\vec{c} = (12, 4, -4)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, -1)$ и $(1, 1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -3\vec{a}_1 + 6\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество $\vec{d}(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}) + \vec{b}(\vec{c}\vec{a}\vec{d}) + \vec{c}(\vec{a}\vec{b}\vec{d})$.

Вар.: **906290117**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Милицина Е.С.**

1. Даны три вектора $\vec{a} = (9, 6)$, $\vec{b} = (6, -1)$ и $\vec{c} = (99, 21)$.
Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(-5, 9)$ и $B(-5, -5)$, разделен на 6 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-1, -1, -1)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (2, -3, -6)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 8$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -4$, $\beta = 3$, $\gamma = 3$.

5. Даны вершины треугольника $A(9, -4, -9)$, $B(10, -1, -7)$ и $C(8, -3, -6)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-3, 2, 4)$, $\vec{b} = (1, -4, 5)$ и $\vec{c} = (-3, 1, 4)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(-3, 4, -3)$, $A(-4, 7, -1)$, $B(0, 6, -8)$, $C(2, -1, 0)$. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB , AC и BC .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, -3, 1)$, $\vec{b} = (-1, -3, -3)$ и $\vec{c} = (-3, 2, 3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-3, 3)$ и $(-1, 2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -5\vec{b}_1 + 4\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то $(\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))) = (\vec{a}^2)^2 \vec{b}$.

Вар.: **906290118**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Неволин В.А.**

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (5, -12, -34)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (10, -4, 3)$ и $\vec{b} = (-7, 1, -8)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (9, -8, -9)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(8, 8)$, $B(5, 4)$, $C(0, 14)$.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-3, 1, -2)$ на вектор $\vec{a} = (1, 2, -2)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = -1$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{2}$. Зная, что $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 5$, вычислить $\left| (-2\vec{a} + 4\vec{b}) \times (-6\vec{a} - 6\vec{b}) \right|^2$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 120° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 6\sqrt{3}$, вычислить $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 36$, три его вершины находятся в точках $A(-7, 27, -27)$, $B(-11, 24, -32)$ и $C(-5, 30, -25)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Ox .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, 0, 0)$, $\vec{b} = (-3, 3, 3)$ и $\vec{c} = (0, -27, 0)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенесли начало координат в точку $P(-1, 1)$ и повернув координатные оси на угол 240° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x}\vec{y}\vec{z}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \\ \vec{a}\vec{z} & \vec{b}\vec{z} & \vec{c}\vec{z} \end{vmatrix}.$$

Вар.: **906290119**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Пасюта М.С.**

1. Даны три вершины параллелограмма $A(-9, -6, -8)$, $B(-5, -4, -1)$ и $C(-3, -10, 3)$. Найти координаты четвертой вершины D .

2. Даны две точки $A(2, 2, 9)$ и $B(9, 9, 1)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 16 раз длиннее отрезка AB .

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (5, 3, 5)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = -236$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (3, 2, -6)$.

5. Даны вершины треугольника $A(9, 7, 8)$, $B(7, 10, 10)$ и $C(12, 9, 9)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-3, -2, -3)$, $\vec{b} = (-3, -1, 2)$ и $\vec{c} = (-3, -1, -2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $2\sqrt{283}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-2, -5, -6)$, $B(1, -2, -5)$, $C(-5, -4, -3)$ и $D(-5, -4, -5)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D , не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (3, 1, 0)$, $\vec{b} = (-3, -3, -3)$ и $\vec{c} = (-2, 0, 1)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(9, 12)$, $B(5, 3)$, $C(0, -5)$ приобретают новые координаты $(-4, -2)$, $(2, -3)$, $(3, -1)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать, что если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то $(\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))) = (\vec{a}^2)^2 \vec{b}$.

Вар.: **906290120**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Резанов А.С.**

1. Даны три вектора $\vec{a} = (8, -3)$, $\vec{b} = (-4, -8)$ и $\vec{c} = (4, -87)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}, \vec{b}$.

2. Даны две точки $A(3, -5, 9)$ и $B(-3, 3, -4)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 18 раз длиннее отрезка AB .

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-5, -4, -3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = -100$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (8, -4, 4)$ на вектор $\vec{a} = (3, 2, -6)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 15$, $|\vec{b}| = 3$ и $\vec{a}\vec{b} = -27$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (5, -3, 3)$, $\vec{b} = (3, -4, -1)$ и $\vec{c} = (3, 3, -5)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}, \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 20$, три его вершины находятся в точках $A(-15, 10, -15)$, $B(-18, 14, -10)$ и $C(-17, 14, -10)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oy .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (-2, -1, -1)$ и $\vec{c} = (2, 3, -1)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-3, -2)$ и $(-2, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -\vec{a}_1 - 4\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$((\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})) \cdot ((\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})) \cdot ((\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})) = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^4.$$

Вар.: **906290121**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: Самохвалов Г.А.

1. Даны три вершины параллелограмма $A(7, -10, 1)$, $B(7, 5, -9)$ и $C(4, -6, -4)$. Найти координаты четвертой вершины D .

2. Даны две точки $A(1, 8, -6)$ и $B(2, -7, -8)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 13 раз длиннее отрезка AB .

3. Даны два вектора $\vec{a} = (7, 5, -10)$ и $\vec{b} = (5, 4, 7)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = 65$, $\vec{x}\vec{b} = -8$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-2, -3, -6)$.

5. Даны вершины треугольника $A(-2, 6, 7)$, $B(1, 8, 5)$ и $C(0, 8, 4)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC , не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (5, 1, 1)$, $\vec{b} = (5, 3, 5)$ и $\vec{c} = (1, -4, 2)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(-1, 10, 10)$, $B(-3, 13, 11)$, $C(0, 5, 7)$ и $D(-2, 14, 11)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, -1, -3)$, $\vec{b} = (0, 2, -1)$ и $\vec{c} = (-17, 9, 18)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-5, -3)$ и повернув координатные оси на угол 120° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b})(\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{a}\vec{c})(\vec{d} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{d})(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}).$$

Вар.: **906290122**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: Старицын М.В.

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (28, -5, 125)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (10, 7, 1)$ и $\vec{b} = (2, -4, 10)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (7, 8, 8)$.

2. Даны две вершины $A(3, 5)$, $B(-6, -3)$ и точка пересечения медиан $M(8, 4)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Даны два вектора $\vec{a} = (8, 9, 7)$ и $\vec{b} = (3, 6, 6)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oz и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -52$, $\vec{x}\vec{b} = -30$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (6, -4, 9)$ на вектор $\vec{a} = (-1, 2, -2)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{2}$. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, вычислить $\left| (2\vec{a} + 2\vec{b}) \times (-4\vec{a} - 4\vec{b}) \right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, -1, -2)$, $\vec{b} = (-3, 3, -1)$ и $\vec{c} = (-1, -2, -3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{110}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(9, 9, 5)$, $A(10, 8, 9)$, $B(5, 10, 7)$, $C(13, 6, 1)$. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB , AC и BC .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-1, -2, 2)$, $\vec{b} = (3, -3, -1)$ и $\vec{c} = (-2, 3, 0)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-2, 2)$ и $(-2, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -3\vec{b}_1 - 4\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество

$$((\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})) \cdot ((\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})) \cdot ((\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})) = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^4.$$

Вар.: **906290123**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Токарев Н.Е.**

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (-5, 25, -24)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-5, -10, 5)$ и $\vec{b} = (-8, -10, 4)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-1, 5, 2)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(4, -8)$, $B(1, -12)$, $C(-4, -2)$.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-2, 1, -3)$ при ортогональном проектировании на вектор $\vec{a} = (1, -2, -2)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\gamma = -1$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{5\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, вычислить $\left| (3\vec{a} + 5\vec{b}) \times (-2\vec{a} - 6\vec{b}) \right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-4, -4, -1)$, $\vec{b} = (-5, 5, -1)$ и $\vec{c} = (3, -3, -2)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(4, 4, 1)$, $B(-1, 3, 6)$, $C(3, 6, -2)$ и $D(1, 3, 2)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -3, 2)$, $\vec{b} = (-2, -2, -1)$ и $\vec{c} = (-1, -2, -3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-6, -8)$, $B(-14, -4)$, $C(-6, -3)$ приобретают новые координаты $(-2, 1)$, $(2, 5)$, $(1, 2)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2 + |(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|^2 = |\vec{a} \times \vec{b}|^2 \cdot |\vec{c}|^2.$$

Вар.: **906290124**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Третьякова В.А.**

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-2, -4, -3)$, $\vec{b} = (3, -6, 8)$, $\vec{c} = (2, 10, 7)$ и $\vec{d} = (-8, 50, -14)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Даны две точки $A(-5, 2, 1)$ и $B(-2, 1, 6)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 21 раз длиннее отрезка AB .

3. Даны два вектора $\vec{a} = (10, 10, -7)$ и $\vec{b} = (1, 9, -6)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -78$, $\vec{x}\vec{b} = -69$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 7$, $|\vec{c}| = 2$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -5$, $\beta = 3$, $\gamma = -4$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 6$ и $\vec{a}\vec{b} = -54$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (1, -2, 2)$, $\vec{b} = (1, -1, 3)$ и $\vec{c} = (3, 1, -2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $6\sqrt{2}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 15$, три его вершины находятся в точках $A(-9, 7, -6)$, $B(-14, 10, -10)$ и $C(-6, 3, -3)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, что она лежит на оси Oy .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, -2, 2)$, $\vec{b} = (2, 2, 2)$ и $\vec{c} = (24, -24, 0)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(1, 1)$ и $(1, 2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -2\vec{b}_1 - 3\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что модуль проекции вектора $\vec{b}$ на прямую, перпендикулярную вектору $\vec{a}$, равен $\frac{|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a})|}{|\vec{a}|^2}$.

Вар.: **906290125**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Туголукова С.А.**

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (5, -66, -83)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-4, -8, -8)$ и $\vec{b} = (3, -2, 1)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-4, 4, 6)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC : $A(-8, 3)$, $B(-5, 7)$, $C(0, -3)$.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-2, -5, -8)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 186$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 30° , 45° , 150° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 14$, $|\vec{b}| = 6$ и $\vec{a}\vec{b} = -66$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, -1, 3)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$ и $\vec{c} = (-1, 2, 2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{195}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 76$, три его вершины находятся в точках $A(4, -57, -38)$, $B(9, -52, -35)$ и $C(1, -55, -33)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Ox .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, 3, -1)$, $\vec{b} = (-1, 2, -3)$ и $\vec{c} = (3, 1, 2)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-3, 3)$ и повернув координатные оси на угол 150° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать тождество $\vec{d}(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}) + \vec{b}(\vec{c}\vec{a}\vec{d}) + \vec{c}(\vec{a}\vec{b}\vec{d})$.

Вар.: **906290126**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Цюкало К.А.**

1. Даны три вершины параллелограмма $A(-4, -10, 3)$, $B(10, -9, -7)$ и $C(7, -5, 6)$. Найти координаты четвертой вершины D .

2. Даны две вершины $A(-8, 9)$, $B(5, -8)$ и точка пересечения медиан $M(1, -7)$ треугольника ABC . Найти координаты третьей вершины C .

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (3, 1, 3)$ на вектор $\vec{a} = (2, -2, -1)$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (2, 6, 3)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 15$ и $\vec{a}\vec{b} = -89$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30° . Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = 18$, вычислить $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 12$, три его вершины находятся в точках $A(12, -2, 24)$, $B(15, 0, 27)$ и $C(11, -6, 27)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D , если известно, то она лежит на оси Oy .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, 0, -3)$, $\vec{b} = (-2, -2, 3)$ и $\vec{c} = (39, 9, -26)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-3, 1)$, $B(0, 0)$, $C(-12, 0)$ приобретают новые координаты $(-2, -1)$, $(-2, -2)$, $(1, 4)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать, что а) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны; б) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то они коллинеарны.

Вар.: **906290127**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Черев А.Д.**

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-1, 1, 6)$, $\vec{b} = (8, -2, -6)$, $\vec{c} = (-7, 4, -4)$ и $\vec{d} = (-135, 51, -28)$. Подобрать числа α , β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(8, 1)$ и $B(1, 3)$, разделен на 3 равные части. Найти координаты точек деления.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (9, -6, 7)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 996$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-2, -2, 1)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 14$ и $\vec{a}\vec{b} = 8$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, -3, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, -3)$ и $\vec{c} = (1, -1, -2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $5\sqrt{3}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(-2, -9, -2)$, $A(0, -7, 0)$, $B(-1, -6, -4)$, $C(-4, -13, -5)$. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB , AC и BC .

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, 3, -1)$, $\vec{b} = (-3, 0, 1)$ и $\vec{c} = (0, 3, 0)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-2, -2)$ и повернув координатные оси на угол 135° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать, что сумма векторов, перпендикулярных к граням произвольного тетраэдра, равных по длине площадям этих граней и направленных в сторону вершин, противоположащих этим граням, равна нулю.

Вар.: **906290128**. Группа: МЕН-150705 Число/Мес./Год:
06/10/2025

Ф.И.О.: **Чеченихина С.И.**

1. Даны три вектора $\vec{a} = (-8, 10)$, $\vec{b} = (-2, 3)$ и $\vec{c} = (-32, 38)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}, \vec{b}$.

2. Даны две точки $A(6, -1, 5)$ и $B(9, 7, -2)$. На прямой AB найти такую точку M , чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 21 раз длиннее отрезка AB .

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (2, 1, 5)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 60$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 60° , 60° , 60° ? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 15$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 78$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, -1, 4)$, $\vec{b} = (-1, -3, -2)$ и $\vec{c} = (-5, 3, 4)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}, \vec{a} \times \vec{b}, \vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(7, 3, 9)$, $B(5, 6, 10)$, $C(9, 8, 6)$ и $D(12, 4, 7)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, 1, -3)$, $\vec{b} = (1, 0, -3)$ и $\vec{c} = (-33, -33, -11)$. Найти $\vec{x}$ такой, что $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(3, 3)$ и $(-1, 3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -7\vec{a}_1 - 15\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x}\vec{y}\vec{z}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \\ \vec{a}\vec{z} & \vec{b}\vec{z} & \vec{c}\vec{z} \end{vmatrix}.$$