Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Бельтюкова Мира***

Вар.:**359401401.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вектора $\vec{a} = (-1, -1)$, $\vec{b} = (-3, -2)$ и $\vec{c} = (-25, -19)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(1, 6)$ и $B(-4, 4)$, разделен на 4 равные части. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (3, -2, 2)$ на вектор $\vec{a} = (2, -1, -2)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (6, -1, -7)$ на вектор $\vec{a} = (-2, 1, -2)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 14$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 14$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (5, -4, -4)$, $\vec{b} = (-2, 1, 3)$ и $\vec{c} = (-1, 3, -5)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 14$, три его вершины находятся в точках $A(-21, 4, 14)$, $B(-24, 5, 19)$ и $C(-22, 6, 18)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oy.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (3, -2, -2)$, $\vec{b} = (-1, -2, -3)$ и $\vec{c} = (33, -15, -1)$. Решить уравнение $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-1, -2)$ и $(-1, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{b}_1 + 5\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x}\vec{y}\vec{z}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \\ \vec{a}\vec{z} & \vec{b}\vec{z} & \vec{c}\vec{z} \end{vmatrix}.$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Доманин Михаил***

Вар.:**359401402.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (5, -10, 7)$, $\vec{b} = (1, -10, -1)$, $\vec{c} = (7, 2, 1)$ и $\vec{d} = (58, 44, 34)$. Подобрать числа α, β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC: $A(5, -2)$, $B(2, -6)$, $C(-3, 4)$.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (3, -1, 2)$ на вектор $\vec{a} = (-6, -3, 4)$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-2, 2, 1)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 15$, $|\vec{b}| = 1$ и $\vec{a}\vec{b} = 15$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, -1, -2)$, $\vec{b} = (-3, -3, 3)$ и $\vec{c} = (3, 3, 2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $3\sqrt{547}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — правая.

7. Объем тетраэдра $V = 21$, три его вершины находятся в точках $A(-7, -14, 6)$, $B(-8, -13, 9)$ и $C(-4, -10, 2)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oz.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, 2, 2)$, $\vec{b} = (3, 1, -2)$ и $\vec{c} = (-1, -2, -3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-1, 3)$ и $(1, 1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 5\vec{a}_1 - 7\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Даны произвольные векторы $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$. Доказать, что для $\vec{a} = \vec{p} \times \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{q} \times \vec{n}$, $\vec{c} = \vec{r} \times \vec{n}$ выполняется $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 0$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Дремкова Валерия***

Вар.:**359401403.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вектора $\vec{a} = (-10, -2)$, $\vec{b} = (-8, -5)$ и $\vec{c} = (0, 0)$. Найти разложение вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Даны две точки $A(-4, 7, 8)$ и $B(-9, -10, -10)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 5 раз длиннее отрезка AB.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-6, 3, 4)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 183$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 30°, 30°, 30°? Ответ надо обосновать.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, вычислить $\left|\left(4\vec{a} + 5\vec{b}\right) \times \left(-4\vec{a} - 4\vec{b}\right)\right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 2, -2)$, $\vec{b} = (-3, 3, 1)$ и $\vec{c} = (-2, -1, 3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $2\sqrt{2}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 36$, три его вершины находятся в точках $A(-36, 10, -18)$, $B(-33, 11, -21)$ и $C(-37, 7, -23)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oy.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (0, -2, 2)$, $\vec{b} = (-3, -1, 3)$ и $\vec{c} = (0, 6, 2)$. Решить уравнение $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-7, -5)$, $B(-4, -3)$, $C(-3, -5)$ приобретают новые координаты $(-3, -1)$, $(-2, -1)$, $(-1, 1)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{x} \times \vec{y}) = \begin{vmatrix} \vec{a} & \vec{b} & \vec{c} \\ \vec{a}\vec{x} & \vec{b}\vec{x} & \vec{c}\vec{x} \\ \vec{a}\vec{y} & \vec{b}\vec{y} & \vec{c}\vec{y} \end{vmatrix}.$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Дурнев Андрей***

Вар.:**359401404.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 7:6. Принимая за базисные векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

2. Даны две вершины $A(3, 6)$, $B(3, -8)$ и точка пересечения медиан $M(5, -6)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-10, -7, 10)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 747$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 8$, $\left|\vec{b}\right| = 5$, $|\vec{c}| = 10$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -3$, $\beta = -1$, $\gamma = -4$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 1$, вычислить $\left|\left(5\vec{a} + 3\vec{b}\right) \times \left(-2\vec{a} - 2\vec{b}\right)\right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (3, 2, -1)$, $\vec{b} = (2, 1, 2)$ и $\vec{c} = (-1, -2, -3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $2\sqrt{266}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — левая.

7. Объем тетраэдра $V = 24$, три его вершины находятся в точках $A(3, 36, 36)$, $B(1, 33, 39)$ и $C(0, 33, 35)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Ox.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (0, 2, 0)$, $\vec{b} = (3, -2, 1)$ и $\vec{c} = (14, 0, -6)$. Решить уравнение $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(5, -2)$ и повернув координатные оси на угол 225° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать, что если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то $(\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b})))) = (\vec{a}^2)^2\vec{b}$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Егоров Максим***

Вар.:**359401405.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (-2, -2, -10)$, $\vec{b} = (4, -1, -4)$, $\vec{c} = (-3, 1, 4)$ и $\vec{d} = (18, 5, 26)$. Подобрать числа α, β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Даны две вершины $A(4, 1)$, $B(-3, -1)$ и точка пересечения медиан $M(-7, 1)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-2, 1, 2)$ на вектор $\vec{a} = (-4, -6, -3)$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $\left|\vec{b}\right| = 1$, $|\vec{c}| = 1$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = -4$, $\beta = 5$, $\gamma = 3$.

5. Даны вершины треугольника $A(-8, 9, 10)$, $B(-5, 7, 11)$ и $C(-6, 12, 12)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC, не используя формулу Герона.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 150°. Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 24$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 27$, три его вершины находятся в точках $A(9, -9, -18)$, $B(13, -8, -14)$ и $C(8, -7, -19)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Ox.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, 3, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ и $\vec{c} = (3, -3, -2)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, 1)$ и $(-2, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{b}_1 - 3\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a} \times \vec{b})^2(\vec{a} \times \vec{c})^2 - ((\vec{a} \times \vec{b})(\vec{a} \times \vec{c}))^2 = \vec{a}^2(\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2.$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Игнатьев Роман***

Вар.:**359401406.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (20, -18, 149)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-5, -6, -8)$ и $\vec{b} = (-3, -9, 9)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-2, -2, -1)$.

2. Даны две точки $A(-6, -4, -5)$ и $B(6, 3, 2)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 14 раз длиннее отрезка AB.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-10, 9, 3)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 570$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 60°, 60°, 120°? Ответ надо обосновать.

5. Даны вершины треугольника $A(-5, -6, 6)$, $B(-7, -5, 7)$ и $C(-2, -3, 8)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC, не используя формулу Герона.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 45°. Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — правая. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 12\sqrt{2}$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-7, 2, 1)$, $B(-5, 1, 3)$, $C(-6, -1, 4)$ и $D(-5, 5, -2)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D, не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, -3, -1)$, $\vec{b} = (-1, -1, 2)$ и $\vec{c} = (0, -1, -3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, 3)$ и $(-3, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 19\vec{a}_1 + 16\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d}))) = (\vec{a} \times \vec{c})(\vec{b}\vec{d}) - (\vec{a} \times \vec{d})(\vec{b}\vec{c}).$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Исакова Елизавета***

Вар.:**359401407.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 14:4. Принимая за базисные векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

2. Даны две вершины $A(6,-5)$, $B(6,8)$ и точка пересечения медиан $M(-3,1)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (-2,-3,3)$ на вектор $\vec{a} = (6,3,4)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (4,5,1)$ на вектор $\vec{a} = (-2,1,2)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{a}\times\vec{b}| = 46$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1,2,-1)$, $\vec{b} = (-1,-4,-3)$ и $\vec{c} = (-3,5,2)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a}\times\vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(-3,3,-9)$, $B(-1,6,-10)$, $C(0,1,-10)$ и $D(0,-2,-11)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2,0,-3)$, $\vec{b} = (1,-3,1)$ и $\vec{c} = (3,-9,2)$. Решить уравнение $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{x}) = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(-3,-6)$, $B(1,-10)$, $C(9,-4)$ приобретают новые координаты $(1,-2)$, $(4,-3)$, $(3,2)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Три некомпланарных вектора приведены к общему началу. Доказать, что плоскость, проходящая через концы этих векторов, перпендикулярна вектору $\vec{a}\times\vec{b} + \vec{b}\times\vec{c} + \vec{c}\times\vec{a}$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Исанбаев Семён***

Вар.:**359401408.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вершины параллелограмма $A(3,9,-2)$, $B(3,7,9)$ и $C(6,-8,3)$. Найти координаты четвертой вершины D.

2. Даны две точки $A(9,5,6)$ и $B(9,3,-2)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 20 раз длиннее отрезка AB.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-1,3,-3)$ относительно вектора $\vec{a} = (3,-4,6)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 30°, 90°, 120°? Ответ надо обосновать.

5. Даны вершины треугольника $A(-2,-10,6)$, $B(0,-9,3)$ и $C(-4,-13,5)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC, не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1,-1,-2)$, $\vec{b} = (1,-2,2)$ и $\vec{c} = (-1,3,2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $9\sqrt{6}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — левая.

7. Установить, лежат ли точки $A(1,6,-1)$, $B(5,9,-3)$, $C(3,5,2)$ и $D(-4,8,-4)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3,-3,1)$, $\vec{b} = (0,3,0)$ и $\vec{c} = (54,0,-27)$. Решить уравнение $(\vec{a}\times\vec{x})\times\vec{b} = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-4,4)$ и повернув координатные оси на угол 135° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать, что для простого (несамопересекающегося) четырехугольника $ABCD$, в том числе невыпуклого, его площадь равна $\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BD}|$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Лаптев Кирилл***

Вар.:**359401409.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (-115, 43, 77)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (6, -2, -4)$ и $\vec{b} = (-10, -6, 7)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (9, -5, -6)$.

2. Даны две точки $A(-3, -1, 10)$ и $B(4, -9, -8)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 20 раз длиннее отрезка AB.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a} = (-7, -7, -6)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a} = 670$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4$, $\left|\vec{b}\right| = 5$, $|\vec{c}| = 8$, вычислить $(\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c})^2$, где $\alpha = 3$, $\beta = -3$, $\gamma = -1$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 10$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 19$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-4, -2, 5)$, $\vec{b} = (5, -4, 2)$ и $\vec{c} = (4, 1, -5)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(-4, 5, 7)$, $A(0, 10, 8)$, $B(-8, 3, 11)$, $C(-2, 1, 5)$. Вычислить объем параллелипипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB, AC и BC.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, -3, -3)$, $\vec{b} = (1, 1, 3)$ и $\vec{c} = (-1, 3, 2)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-2, 2)$ и $(-3, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = \vec{b}_1 + 3\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. В пространстве даны четыре различные точки A, B, C и D. Доказать, что отрезки AB и CD перпендикулярны, если $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2 = |\overrightarrow{AD}|^2 + |\overrightarrow{BC}|^2$. Верно ли обратное утверждение?

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Ляпин Матвей***

Вар.:**359401410.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (6, -26, 10)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (-10, -3, 6)$ и $\vec{b} = (6, -1, 2)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (3, 6, -5)$.

2. Даны две точки $A(-5, 2, -10)$ и $B(6, -6, -9)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 9 раз длиннее отрезка AB.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (3, -10, -7)$ и $\vec{b} = (-8, 10, -4)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oy и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = 41$, $\vec{x}\vec{b} = 4$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-1, -2, 2)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{2}$. Зная, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, вычислить $\left|\left(1\vec{a} + 2\vec{b}\right) \times \left(-6\vec{a} - 4\vec{b}\right)\right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, -1, 5)$, $\vec{b} = (5, 5, 4)$ и $\vec{c} = (-2, 4, 2)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Даны вершины тетраэдра $A(8, 9, 5)$, $B(7, 12, 7)$, $C(11, 6, 7)$ и $D(10, 6, 8)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D, не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1, -2, -3)$, $\vec{b} = (-3, 1, -1)$ и $\vec{c} = (1, -1, 3)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-2, 2)$ и $(2, 2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -16\vec{a}_1\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$((\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})) \cdot ((\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})) \cdot ((\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})) = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^4.$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Марков Тимофей***

Вар.:**359401411.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вершины параллелограмма $A(6,7,-1)$, $B(-1,3,6)$ и $C(5,-10,-2)$. Найти координаты четвертой вершины D.

2. Даны две вершины $A(-2,3)$, $B(-2,-6)$ и точка пересечения медиан $M(9,3)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Даны два вектора $\vec{a}=(-1,8,-10)$ и $\vec{b}=(-4,8,5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oy и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a}=-42$, $\vec{x}\vec{b}=12$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}|=10$, $\left|\vec{b}\right|=2$, $|\vec{c}|=2$, вычислить $(\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c})^2$, где $\alpha=4$, $\beta=3$, $\gamma=2$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=4$, вычислить $\left|\left(-4\vec{a}+5\vec{b}\right)\times\left(-6\vec{a}-6\vec{b}\right)\right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a}=(-5,-3,3)$, $\vec{b}=(4,5,2)$ и $\vec{c}=(-2,2,-1)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a}\times\vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V=42$, три его вершины находятся в точках $A(-7,-42,-14)$, $B(-12,-44,-10)$ и $C(-3,-47,-11)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Ox.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a}=(3,1,0)$, $\vec{b}=(2,0,-3)$ и $\vec{c}=(6,-18,-54)$. Решить уравнение $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{x})=\vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(7,-5)$, $B(8,2)$, $C(-3,-3)$ приобретают новые координаты $(-1,5)$, $(1,4)$, $(-3,-3)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать, что любая плоскость, проходящая через середины двух скрещивающихся ребер тетраэдра, делит этот тетраэдр на две одинаковые по объему части.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Пискунов Алексей***

Вар.:**359401412.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вектора $\vec{a}=(-1,-3)$, $\vec{b}=(-8,-2)$ и $\vec{c}=(73,43)$. Найти разложение вектора $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(5,9)$ и $B(-6,5)$, разделен на 5 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Даны два вектора $\vec{a}=(7,8,7)$ и $\vec{b}=(-8,-7,-5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a}=-18$, $\vec{x}\vec{b}=18$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}|=5$, $\left|\vec{b}\right|=7$, $|\vec{c}|=7$, вычислить $(\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c})^2$, где $\alpha=-4$, $\beta=4$, $\gamma=-3$.

5. Известно, что $|\vec{a}|=11$, $|\vec{b}|=13$ и $|\vec{a}\times\vec{b}|=19$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a}=(-3,1,-2)$, $\vec{b}=(3,1,-2)$ и $\vec{c}=(2,-3,3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $6\sqrt{101}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — левая.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(8,-1,4)$, $A(3,4,3)$, $B(7,4,5)$, $C(13,1,3)$. Вычислить объем параллелипипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB, AC и BC.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a}=(1,2,2)$, $\vec{b}=(0,-3,3)$ и $\vec{c}=(0,3,-3)$. Решить уравнение $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{x})=\vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-1,-3)$ и повернув координатные оси на угол 315° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Пусть M — точка пересечения медиан треугольника ABC. Доказать, что $|\overrightarrow{AM}|^2+|\overrightarrow{BM}|^2+|\overrightarrow{CM}|^2=(|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2)/3$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Потапов Антон***

Вар.:**359401413.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (2, 4, -3)$, $\vec{b} = (-7, -10, 7)$, $\vec{c} = (-3, -1, 3)$ и $\vec{d} = (-39, -26, 36)$. Подобрать числа α, β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC: $A(3, -9)$, $B(-1, -6)$, $C(9, -1)$.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (8, 4, 7)$ и $\vec{b} = (10, -1, -2)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -8$, $\vec{x}\vec{b} = 3$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (6, 3, -4)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 5$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 33$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 135°. Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 8$, $|\vec{c}| = 3\sqrt{2}$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V = 90$, три его вершины находятся в точках $A(-60, 60, -4)$, $B(-62, 65, -5)$ и $C(-64, 55, -9)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oz.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-2, 2, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, -3)$ и $\vec{c} = (2, 3, 3)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(3, -1)$ и $(-1, -3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -5\vec{b}_1 - 4\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать тождество $(\vec{a} \times \vec{b})(\vec{b} \times \vec{c})(\vec{c} \times \vec{a}) = (\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Прибылова Мария***

Вар.:**359401414.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (7, 3, 3)$, $\vec{b} = (-9, -1, 4)$, $\vec{c} = (2, -7, -6)$ и $\vec{d} = (27, -37, -4)$. Подобрать числа α, β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC: $A(5, -8)$, $B(8, -12)$, $C(-3, -14)$.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (4, 9, -8)$ и $\vec{b} = (7, -8, -3)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Ox и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -23$, $\vec{x}\vec{b} = -20$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-4, -3, 6)$.

5. Даны вершины треугольника $A(-2, -1, -1)$, $B(-1, 0, 1)$ и $C(1, -2, -3)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC, не используя формулу Герона.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-2, 2, 3)$, $\vec{b} = (-3, -1, 3)$ и $\vec{c} = (-3, -3, 3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $3\sqrt{154}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 16$, три его вершины находятся в точках $A(-3, -8, 12)$, $B(-2, -5, 16)$ и $C(-7, -10, 8)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Ox.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (0, -2, -3)$, $\vec{b} = (3, -1, 2)$ и $\vec{c} = (1, 1, -3)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2, 2)$ и $(3, -2)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -4\vec{a}_1 - 14\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Даны α, β, γ — плоские углы трехгранного угла. Найти его двугранные углы.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Прохоров Егор***

Вар.:**359401415.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вершины параллелограмма $A(3,5,2)$, $B(5,-9,-4)$ и $C(8,3,-8)$. Найти координаты четвертой вершины D.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(4,-2)$ и $B(9,7)$, разделен на 6 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (1,-1,1)$ относительно вектора $\vec{a} = (2,2,-1)$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (4,-3,-6)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 15$ и $\vec{a}\vec{b} = -20$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1,2,2)$, $\vec{b} = (-2,2,-2)$ и $\vec{c} = (-3,-2,-3)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{26}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Объем тетраэдра $V = 51$, три его вершины находятся в точках $A(-17,-9,-17)$, $B(-18,-6,-20)$ и $C(-21,-6,-12)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oy.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3,1,3)$, $\vec{b} = (2,-1,-3)$ и $\vec{c} = (7,-13,9)$. Решить уравнение $(\vec{a} \times \vec{x}) \times \vec{b} = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(6,-4)$, $B(3,2)$, $C(-6,14)$ приобретают новые координаты $(-1,-4)$, $(-1,-1)$, $(-4,2)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})(\vec{a}\vec{d}\vec{e}) = \begin{vmatrix} \vec{a}\vec{b}\vec{d} & \vec{a}\vec{b}\vec{e} \\ \vec{a}\vec{c}\vec{d} & \vec{a}\vec{c}\vec{e} \end{vmatrix}.$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Сизов Кирилл***

Вар.:**359401416.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны четыре вектора $\vec{a} = (10,10,3)$, $\vec{b} = (-9,5,1)$, $\vec{c} = (-3,5,9)$ и $\vec{d} = (130,70,-8)$. Подобрать числа α, β и γ так, чтобы векторы $\alpha\vec{a}$, $\beta\vec{b}$, $\gamma\vec{c}$ и $\vec{d}$ образовывали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(-9,8)$ и $B(1,-6)$, разделен на 4 равные части. Найти координаты точек деления.

3. Найти ортогональную компоненту вектора $\vec{b} = (2,3,-2)$ на вектор $\vec{a} = (-2,1,2)$.

4. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = (-3,-6,-4)$.

5. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\frac{\pi}{2}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 6$, вычислить $\left|\left(-4\vec{a} + 2\vec{b}\right) \times \left(-4\vec{a} - 2\vec{b}\right)\right|^2$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-3,-1,2)$, $\vec{b} = (-1,-2,-3)$ и $\vec{c} = (-1,1,-1)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{195}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-1,9,-4)$, $B(-3,11,-6)$, $C(0,6,-6)$ и $D(-3,12,-1)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D, не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (1,-3,3)$, $\vec{b} = (0,1,-2)$ и $\vec{c} = (3,-3,0)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-4,-4)$ и повернув координатные оси на угол $330°$ против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать, что для произвольного прямоугольника $ABCD$ и произвольной точки M, лежащей или не лежащей в плоскости прямоугольника, имеют места равенства: а) $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MD})$; б) $|\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MC}|^2 = |\overrightarrow{MB}|^2 + |\overrightarrow{MD}|^2$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Собянин Егор***

Вар.:**359401417.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (82, 67, -81)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (4, 1, 5)$ и $\vec{b} = (8, 5, -3)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-6, -6, 10)$.

2. Даны две вершины $A(5, -2)$, $B(8, -1)$ и точка пересечения медиан $M(-7, -9)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Даны два вектора $\vec{a} = (8, -6, 3)$ и $\vec{b} = (7, -1, -5)$. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к оси Oz и удовлетворяющий условиям: $\vec{x}\vec{a} = -38$, $\vec{x}\vec{b} = -29$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 135°, 60°, 120°? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 12$, $|\vec{b}| = 4$ и $\vec{a}\vec{b} = -35$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 90°. Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 6$, $|\vec{c}| = 3$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Установить, лежат ли точки $A(-7, -7, -6)$, $B(-8, -5, -11)$, $C(-6, -11, -8)$ и $D(-12, -2, -5)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, 3, 1)$, $\vec{b} = (2, 0, 2)$ и $\vec{c} = (2, 0, -3)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-3, -1)$ и $(1, 3)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = 3\vec{b}_1 + 4\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что а) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны; б) если векторы $\vec{a} \times \vec{b}$, $\vec{b} \times \vec{c}$ и $\vec{c} \times \vec{a}$ компланарны, то они коллинеарны.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Филимонцев Вячеслав***

Вар.:**359401418.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 3:1. Принимая за базисные векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

2. Даны две вершины $A(-4, -8)$, $B(-9, -1)$ и точка пересечения медиан $M(8, 8)$ треугольника ABC. Найти координаты третьей вершины C.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (2, 1, -3)$ относительно вектора $\vec{a} = (1, -2, 2)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (9, -7, 2)$ на вектор $\vec{a} = (2, -2, -1)$.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 9$, $|\vec{b}| = 1$ и $|\vec{a} \times \vec{b}| = 6$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (2, -3, -3)$, $\vec{b} = (-2, -2, -2)$ и $\vec{c} = (3, -3, -1)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $2\sqrt{2}$, перпендикулярный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и направленный так, чтобы тройки $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ имели одинаковую ориентацию.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(3, 6, -1)$, $A(1, 3, -6)$, $B(-2, 7, -5)$, $C(6, 8, -5)$. Вычислить объем параллелипипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB, AC и BC.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, -3, -1)$, $\vec{b} = (2, 3, 1)$ и $\vec{c} = (0, -3, 1)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1, \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(-1, -1)$ и $(2, -1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c} = -2\vec{a}_1 + 4\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество $\vec{d}(\vec{a}\vec{b}\vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}) + \vec{b}(\vec{c}\vec{a}\vec{d}) + \vec{c}(\vec{a}\vec{b}\vec{d})$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Щербаков Матвей***

Вар.:**359401419.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Найти вектор $\vec{x}$, являющийся проекцией вектора $\vec{y} = (3, -18, 14)$ на плоскость, определяемую векторами $\vec{a} = (1, 6, 6)$ и $\vec{b} = (2, 2, 5)$ при проектировании параллельно вектору $\vec{c} = (-4, 8, 9)$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC: $A(-8, -1)$, $B(-12, -4)$, $C(-14, -9)$.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-2, -1, 2)$ относительно вектора $\vec{a} = (6, -3, 4)$.

4. Может ли какой-нибудь вектор образовывать с осями прямоугольной декартовой системы координат углы 60°, 120°, 135°? Ответ надо обосновать.

5. Известно, что $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 14$ и $\vec{a}\vec{b} = -23$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a} = (-1, -2, -3)$, $\vec{b} = (2, -3, 1)$ и $\vec{c} = (1, -1, 2)$. Найти вектор $\vec{d}$ длины $\sqrt{1106}$, компланарный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, ортогональный вектору $\vec{c}$ и направленный так, что тройка $\vec{d}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ — левая.

7. Установить, лежат ли точки $A(-1, -2, -2)$, $B(-5, 0, -4)$, $C(4, 0, -7)$ и $D(-2, 0, -6)$ в одной плоскости. Если нет, то найти объем тетраэдра $ABCD$.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (2, 1, 1)$, $\vec{b} = (-1, 0, -1)$ и $\vec{c} = (3, -3, 1)$. Используя формулу «БАЦ минус ЦАБ», найти $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

9. Известно, что при изменении системы координат на плоскости точки $A(7, 10)$, $B(-7, -4)$, $C(-13, 1)$ приобретают новые координаты $(-3, -5)$, $(3, -1)$, $(4, -4)$ соответственно. Найти формулы преобразования координат при таком изменении.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b})(\vec{c} \times \vec{d}) + (\vec{a}\vec{c})(\vec{d} \times \vec{b}) + (\vec{a}\vec{d})(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a}(\vec{b}\vec{c}\vec{d}).$$

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Чабан Егор***

Вар.:**359401420.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. В трапеции $ABCD$ длины оснований AD и BC относятся, как 10:2. Принимая за базисные векторы $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$, найти в этом базисе координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ и $\overrightarrow{DA}$.

2. Найти длину биссектрисы AD треугольника ABC: $A(4, 7)$, $B(0, 4)$, $C(-2, 15)$.

3. Найти ортогональную составляющую вектора $\vec{b} = (-3, 1, -2)$ относительно вектора $\vec{a} = (2, -1, 2)$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b} = (6, -5, 5)$ на вектор $\vec{a} = (-4, -6, 3)$.

5. Даны вершины треугольника $A(4, -2, -2)$, $B(7, 0, -4)$ и $C(6, -1, -4)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC, не используя формулу Герона.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 30°. Тройка $(\vec{b}, \vec{a}, \vec{c})$ — левая. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{c}| = 24$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Даны вершины тетраэдра $A(-3, -10, 2)$, $B(-6, -13, -1)$, $C(-6, -12, 4)$ и $D(-2, -13, 1)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D, не используя формулу Герона.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a} = (-3, -2, 0)$, $\vec{b} = (-2, -2, 1)$ и $\vec{c} = (-8, 12, 24)$. Решить уравнение $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{x}) = \vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. Прямоугольную систему координат плоскости заменили на новую, перенеся начало координат в точку $P(-2, -4)$ и повернув координатные оси на угол 120° против часовой стрелки. Записать формулы замены координат.

10. Доказать, что сумма векторов, перпендикулярных к граням произвольного тетраэдра, равных по длине площадям этих граней и направленных в сторону вершин, противолежащих этим граням, равна нулю.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Брынских Артём***

Вар.:**359401421.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вершины параллелограмма $A(8,-9,5)$, $B(5,1,7)$ и $C(5,8,-8)$. Найти координаты четвертой вершины D.

2. Отрезок, ограниченный точками $A(6,1)$ и $B(8,5)$, разделен на 6 равных частей. Найти координаты точек деления.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a}=(6,8,-6)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a}=408$.

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны. Вектор $\vec{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}|=5$, $\left|\vec{b}\right|=8$, $|\vec{c}|=5$, вычислить $(\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c})^2$, где $\alpha=5$, $\beta=3$, $\gamma=-3$.

5. Известно, что $|\vec{a}|=15$, $|\vec{b}|=2$ и $\vec{a}\vec{b}=9$. Вычислить $|\vec{a}\times\vec{b}|$.

6. Вектор $\vec{c}$ ортогонален векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 120°. Тройка $(\vec{b},\vec{a},\vec{c})$ — правая. Зная, что $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=6$, $|\vec{c}|=4\sqrt{3}$, вычислить $\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}$.

7. Даны координаты вершин тетраэдра $OABC$: $O(-10,-9,-8)$, $A(-9,-4,-4)$, $B(-13,-12,-4)$, $C(-5,-12,-3)$. Вычислить объем параллелипипеда, построенного на векторах, соединяющих вершину O с серединами ребер AB, AC и BC.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a}=(2,-2,-2)$, $\vec{b}=(2,-1,-1)$ и $\vec{c}=(-3,3,0)$. Используя следствие формулы «БАЦ минус ЦАБ», найти $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1,\ \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1,\ \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(2,1)$ и $(1,-1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c}=-4\vec{b}_1+2\vec{b}_2$ в первом базисе.

10. Доказать, что модуль проекции вектора $\vec{b}$ на прямую, перпендикулярную вектору $\vec{a}$, равен $\dfrac{|\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a})|}{|\vec{a}|^2}$.

Аналитическая геометрия
Домашняя контрольная № 1

Ф.И.О.: ***Старицын Михаил***

Вар.:**359401422.** Группа: МЕН-160705 Число/Мес./Год: 24/10/2026

1. Даны три вектора $\vec{a}=(-8,-5)$, $\vec{b}=(-9,8)$ и $\vec{c}=(54,-48)$. Найти разложение вектора $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ по базису $\vec{a}$, $\vec{b}$.

2. Даны две точки $A(6,-3,-8)$ и $B(3,-2,-4)$. На прямой AB найти такую точку M, чтобы точки B и M были расположены по разные стороны от точки A и чтобы отрезок AM был в 18 раз длиннее отрезка AB.

3. Найти вектор $\vec{x}$, коллинеарный вектору $\vec{a}=(10,2,-9)$ и удовлетворяющий условию $\vec{x}\vec{a}=1110$.

4. Найти проекцию вектора $\vec{b}=(6,9,2)$ на вектор $\vec{a}=(-1,-2,-2)$.

5. Известно, что $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=10$ и $\vec{a}\vec{b}=-24$. Вычислить $|\vec{a}\times\vec{b}|$.

6. Даны векторы $\vec{a}=(4,2,-5)$, $\vec{b}=(-3,1,5)$ и $\vec{c}=(3,4,5)$. Найти ориентацию тройки векторов $\vec{a}$, $\vec{a}\times\vec{b}$, $\vec{c}$.

7. Объем тетраэдра $V=64$, три его вершины находятся в точках $A(96,96,4)$, $B(92,93,2)$ и $C(92,101,-1)$. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра D, если известно, то она лежит на оси Oz.

8. В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a}=(1,1,-1)$, $\vec{b}=(-3,0,-2)$ и $\vec{c}=(6,7,-9)$. Решить уравнение $(\vec{a}\times\vec{x})\times\vec{b}=\vec{c}$ относительно неизвестного вектора $\vec{x}$.

9. На плоскости даны два базиса: $(\vec{a}_1,\ \vec{a}_2)$ и $(\vec{b}_1,\ \vec{b}_2)$. Векторы второго базиса $\vec{b}_1$ и $\vec{b}_2$ имеют в первом базисе координаты $(3,-2)$ и $(1,1)$ соответственно. Записать формулы преобразования координат. Найти координаты вектора $\vec{c}=7\vec{a}_1-13\vec{a}_2$ во втором базисе.

10. Доказать тождество

$$(\vec{a}\vec{b}\vec{c})^2+|(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}]|^2=|\vec{a}\times\vec{b}|^2\cdot|\vec{c}|^2.$$