Лингвистические основы информатики
Лекция 1
Порождающие грамматики

И. А. Михайлова, Ю. В. Нагребецкая

Уральский федеральный университет
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук
Направления: Математика и компьютерные науки
Компьютерная безопасность (6 семестр)

Список литературы

- Замятин А. П., Шур А. М. Языки, грамматики, распознаватели: Учебное пособие. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2007.
- Ахо А.В., Лам М.С., Сети Р., Ульман Д.Д. Компиляторы: принципы, технологии, инструментарий.
- Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: Учеб, для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 3-е изд., стереотип. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. -744 с. (Сер. Математика в техническом университете; Вып. XIX).
- Гладкий А. В. Формальные грамматики и языки. — М.: Наука, 1973.

Грамматики

Порождающей грамматикой(грамматикой) называется $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, где

- Γ — алфавит нетерминалов,
- Σ — алфавит терминалов,
- P — множество правил вывода, то есть $\alpha \to \beta$, где $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup \Gamma)^*$ и в α **есть хотя бы один нетерминал**,
- $S \in \Gamma$ — аксиома грамматики.

Договоримся, что

- Цепочка — то же самое, что слово,
- A, B, C будут обозначать нетерминалы, a, b, c будут обозначать терминалы,
- X, Y будут обозначать грамматические символы, то есть элементы $\Sigma \cup \Gamma$,
- α, β, γ будут обозначать цепочки над алфавитом $\Sigma \cup \Gamma$, u, v, w — цепочки из терминалов,
- ε — пустое слово

Грамматики

Порождающей грамматикой(грамматикой) называется $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, где

- Γ — алфавит нетерминалов,
- Σ — алфавит терминалов,
- P — множество правил вывода, то есть $\alpha \to \beta$, где $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup \Gamma)^*$ и в α **есть хотя бы один нетерминал**,
- $S \in \Gamma$ — аксиома грамматики.

Договоримся, что

- Цепочка — то же самое, что слово,
- A, B, C будут обозначать нетерминалы, a, b, c будут обозначать терминалы,
- X, Y будут обозначать грамматические символы, то есть элементы $\Sigma \cup \Gamma$,
- α, β, γ будут обозначать цепочки над алфавитом $\Sigma \cup \Gamma$, u, v, w — цепочки из терминалов,
- ε — пустое слово

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 1 Рассмотрим грамматику $G = (\{S\}, \{x, +, *\}, P, S)$ с множеством правил вывода $P = \{S \to S + S, S \to S * S, S \to x\}$.

- Далее будем писать только правила вывода в виде:

$$S \to S + S \mid S * S \mid x$$

Правила с одинаковой левой частью называются альтернативами.

- Тогда $S + S \Rightarrow S * S + S$,
- Или $S + S \Rightarrow S + S + S$.

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 1 Рассмотрим грамматику $G = (\{S\}, \{x, +, *\}, P, S)$ с множеством правил вывода $P = \{S \to S + S, S \to S * S, S \to x\}$.

- Далее будем писать только правила вывода в виде:

$$S \to S + S \mid S * S \mid x$$

  Правила с одинаковой левой частью называются альтернативами.

- Тогда $S + S \Rightarrow S * S + S$,
- Или $S + S \Rightarrow S + S + S$.

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1\alpha\delta_2, \gamma_2 = \delta_1\beta\delta_2$$

Запись: $\delta_1\alpha\delta_2 \Rightarrow_G \delta_1\beta\delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 1 Рассмотрим грамматику $G = (\{S\}, \{x, +, *\}, P, S)$ с множеством правил вывода $P = \{S \to S + S, S \to S * S, S \to x\}$.

- Далее будем писать только правила вывода в виде:

$$S \to S + S \mid S * S \mid x$$

  Правила с одинаковой левой частью называются альтернативами.
- Тогда $S + S \Rightarrow S * S + S$,
- Или $S + S \Rightarrow S + S + S$.

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 1 Рассмотрим грамматику $G = (\{S\}, \{x, +, *\}, P, S)$ с множеством правил вывода $P = \{S \to S + S, S \to S * S, S \to x\}$.

- Далее будем писать только правила вывода в виде:

$$S \to S + S \mid S * S \mid x$$

  Правила с одинаковой левой частью называются альтернативами.
- Тогда $S + S \Rightarrow S * S + S$,
- Или $S + S \Rightarrow S + S + S$.

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 2 Рассмотрим грамматику

$$\begin{aligned} S &\to aaAb \mid \varepsilon, \\ aA &\to aSb \end{aligned}$$

- Тогда $S \Rightarrow aaAb$
- И еще шаг: $aaAb \Rightarrow aaSbb$,
- И еще: $aaSbb \Rightarrow aabb$

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 2 Рассмотрим грамматику

$$\begin{aligned} S &\to aaAb \mid \varepsilon, \\ aA &\to aSb \end{aligned}$$

- Тогда $S \Rightarrow aaAb$
- И еще шаг: $aaAb \Rightarrow aaSbb$,
- И еще: $aaSbb \Rightarrow aabb$

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1\alpha\delta_2, \gamma_2 = \delta_1\beta\delta_2$$

Запись: $\delta_1\alpha\delta_2 \Rightarrow_G \delta_1\beta\delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 2 Рассмотрим грамматику

$$S \to aaAb \mid \varepsilon,$$
$$aA \to aSb$$

- Тогда $S \Rightarrow aaAb$
- И еще шаг: $aaAb \Rightarrow aaSbb$,
- И еще: $aaSbb \Rightarrow aabb$

Вывод в грамматике

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — грамматика, $\alpha \to \beta \in P$ — правило вывода. Тогда говорят, что цепочка γ_2 непосредственно выводится из цепочки γ_1 в грамматике G, если

$$\gamma_1 = \delta_1 \alpha \delta_2, \gamma_2 = \delta_1 \beta \delta_2$$

Запись: $\delta_1 \alpha \delta_2 \Rightarrow_G \delta_1 \beta \delta_2$. При этом если ясно про вывод в какой грамматике идет речь, то используется значок $\Rightarrow$.

Пример 2 Рассмотрим грамматику

$$S \to aaAb \mid \varepsilon,$$
$$aA \to aSb$$

- Тогда $S \Rightarrow aaAb$
- И еще шаг: $aaAb \Rightarrow aaSbb$,
- И еще: $aaSbb \Rightarrow aabb$

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что **цепочка γ выводится из цепочки δ** в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

- Грамматики G и G' эквивалентны, если они порождают один и тот же язык.

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что **цепочка γ выводится из цепочки δ** в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

Пример В грамматике

$$S \to aaAb \mid \varepsilon,$$
$$aA \to aSb$$

имеем $S \Rightarrow aaAb \Rightarrow aabb$, поэтому $S \Rightarrow^* aabb$.

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что цепочка γ выводится из цепочки δ в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

- Грамматики G и G' эквивалентны, если они порождают один и тот же язык.

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что цепочка γ выводится из цепочки δ в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

- Грамматики G и G' эквивалентны, если они порождают один и тот же язык.

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что цепочка γ выводится из цепочки δ в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \dots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \dots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \dots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

- Грамматики G и G' эквивалентны, если они порождают один и тот же язык.

Язык, порождаемый грамматикой

Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ грамматика. Говорят, что цепочка γ выводится из цепочки δ в грамматике G, если либо $\delta = \gamma$, либо существует последовательность цепочек $\delta = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = \gamma$ таких, что

$$\eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \gamma$$

Запись: $\delta \Rightarrow_G^* \gamma$

- Слово $w \in \Sigma^*$ выводимо в грамматике $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$, если $S \Rightarrow_G^* w$.
- Последовательность цепочек $S = \eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n = w$ такая, что $S = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \eta_n = w$ называется выводом w.
- Языком, порождаемым грамматикой G называется множество всех слов, выводимых в этой грамматике.

$$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$$

- Грамматики G и G' эквивалентны, если они порождают один и тот же язык.

Пример 1

Определить, какой язык порождается грамматикой

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

- Очевидно, что $\varepsilon \in L(G)$
- Построим какой-нибудь вывод, применяя первое правило:

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaaSbbb \ldots \Rightarrow a^n S b^n \Rightarrow a^n b^n$$

- $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- Вспомним из курса теории автоматов, что язык $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ не является регулярным, т.е. не допускается конечным автоматом!

Пример 1

Определить, какой язык порождается грамматикой

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

- Очевидно, что $\varepsilon \in L(G)$
- Построим какой-нибудь вывод, применяя первое правило:

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaaSbbb \ldots \Rightarrow a^nSb^n \Rightarrow a^nb^n$$

- $L(G) = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$
- Вспомним из курса теории автоматов, что язык $L(G) = \{a^nb^n \mid n \geq 0\}$ не является регулярным, т.е. не допускается конечным автоматом!

Пример 1

Определить, какой язык порождается грамматикой

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

- Очевидно, что $\varepsilon \in L(G)$
- Построим какой-нибудь вывод, применяя первое правило:

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaaSbbb \ldots \Rightarrow a^n Sb^n \Rightarrow a^n b^n$$

- $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- Вспомним из курса теории автоматов, что язык $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ не является регулярным, т.е. не допускается конечным автоматом!

Пример 1

Определить, какой язык порождается грамматикой

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

- Очевидно, что $\varepsilon \in L(G)$
- Построим какой-нибудь вывод, применяя первое правило:

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaaSbbb \ldots \Rightarrow a^n S b^n \Rightarrow a^n b^n$$

- $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- Вспомним из курса теории автоматов, что язык $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ не является регулярным, т.е. не допускается конечным автоматом!

Пример 1

Определить, какой язык порождается грамматикой

$$S \to aSb \mid \varepsilon$$

- Очевидно, что $\varepsilon \in L(G)$
- Построим какой-нибудь вывод, применяя первое правило:

$$S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb \Rightarrow aaaSbbb \ldots \Rightarrow a^n S b^n \Rightarrow a^n b^n$$

- $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- Вспомним из курса теории автоматов, что язык $L(G) = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ не является регулярным, т.е. не допускается конечным автоматом!

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранятся значения соответствующих подпоследовательностей, поэтому:

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных скобочных последовательностей (язык Дика)

Определение

Правильной скобочной последовательностью называется множество слов над алфавитом $\{(,)\}$ таких, что

- $()$ — правильная скобочная последовательность,
- Если u, v — правильные скобочные последовательности, то uv и (u) — правильные скобочные последовательности.

Воспользуемся этим определением, чтобы построить грамматику:

- $S \to ()$
- Из S выводятся правильные скобочные последовательности, поэтому можно считать, что S — это "переменная", в которой хранится значение соответствующих подпоследовательностей, поэтому

$$S \to SS, S \to (S)$$

- Искомая грамматика:

$$S \to SS \mid (S) \mid ()$$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$

Пример 2

Рассмотрим, например, вывод слова (()(()))():

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()(S))() \Rightarrow (()(()))()$$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 3

Построить грамматику, которая порождает язык всех правильных арифметических выражений, использующих только одну переменную x, операции умножения $*$ и сложения $+$

Решение. Аналогично предыдущему примеру 2, найдем искомую грамматику:

$$S \to S + S \mid S * S \mid (S) \mid x$$

Рассмотрим, например, вывод арифметического выражения $x + x * x$:

$S \Rightarrow S + S \Rightarrow x + S \Rightarrow x + S * x \Rightarrow x + x * x$

А теперь, вывод арифметического выражения $(x + x) * x$:

$S \Rightarrow S * S \Rightarrow S * x \Rightarrow (S) * x \Rightarrow (S + S) * x \Rightarrow (x + S) * x \Rightarrow (x + x) * x$

Пример 4

Написать фрагмент грамматики, которая порождает язык всех условных выражений вида if ... then ... В качестве логических операций можно использовать все логические связки. Логическим операндом служит b, через x обозначить любое выражение, которое не является условным. Приоритет операций в логических выражениях не учитывать!

Решение. Построим грамматику аналогично примерам 1,2:

$$S \to \text{if } E \text{ then } S \mid x$$
$$E \to (E \text{ and } E) \mid (E \text{ or } E) \mid (E \to E) \mid (\neg E) \mid (E \leftrightarrow E) \mid b$$

Пример 4

Написать фрагмент грамматики, которая порождает язык всех условных выражений вида if ... then ... В качестве логических операций можно использовать все логические связки. Логическим операндом служит b, через x обозначить любое выражение, которое не является условным. Приоритет операций в логических выражениях не учитывать!

Решение. Построим грамматику аналогично примерам 1,2:

$$S \to \text{if } E \text{ then } S \mid x$$
$$E \to (E \text{ and } E) \mid (E \text{ or } E) \mid (E \to E) \mid (\neg E) \mid (E \leftrightarrow E) \mid b$$

Пример 4

Написать фрагмент грамматики, которая порождает язык всех условных выражений вида if ... then ... В качестве логических операций можно использовать все логические связки. Логическим операндом служит b**, через** x **обозначить любое выражение, которое не является условным. Приоритет операций в логических выражениях не учитывать!**

Решение. Построим грамматику аналогично примерам 1,2:

$$S \to \text{if } E \text{ then } S \mid x$$
$$E \to (E \text{ and } E) \mid (E \text{ or } E) \mid (E \to E) \mid (\neg E) \mid (E \leftrightarrow E) \mid b$$

Пример 4

Написать фрагмент грамматики, которая порождает язык всех условных выражений вида if ... then ... В качестве логических операций можно использовать все логические связки. Логическим операндом служит b, через x обозначить любое выражение, которое не является условным. Приоритет операций в логических выражениях не учитывать!

Решение. Построим грамматику аналогично примерам 1,2:

$$S \to \text{if } E \text{ then } S \mid x$$
$$E \to (E \text{ and } E) \mid (E \text{ or } E) \mid (E \to E) \mid (\neg E) \mid (E \leftrightarrow E) \mid b$$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$

$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$

$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$

$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$

$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$

$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$

$\text{if } (E \rightarrow E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$

$\text{if } (E \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

$\text{if } ((E \text{ and } E) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

$\text{if } ((b \text{ and } E) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

$\text{if } ((b \text{ and } b) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x:$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \rightarrow E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \rightarrow b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$

Пример 4

Рассмотрим, например, вывод для оператора

$$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x :$$

$S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } S \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } E \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg E) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } E \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to E) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x \Rightarrow$
$\text{if } (E \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((E \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } E) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$
$\text{if } ((b \text{ and } b) \to b) \text{ then if } (\neg b) \text{ then } x$