

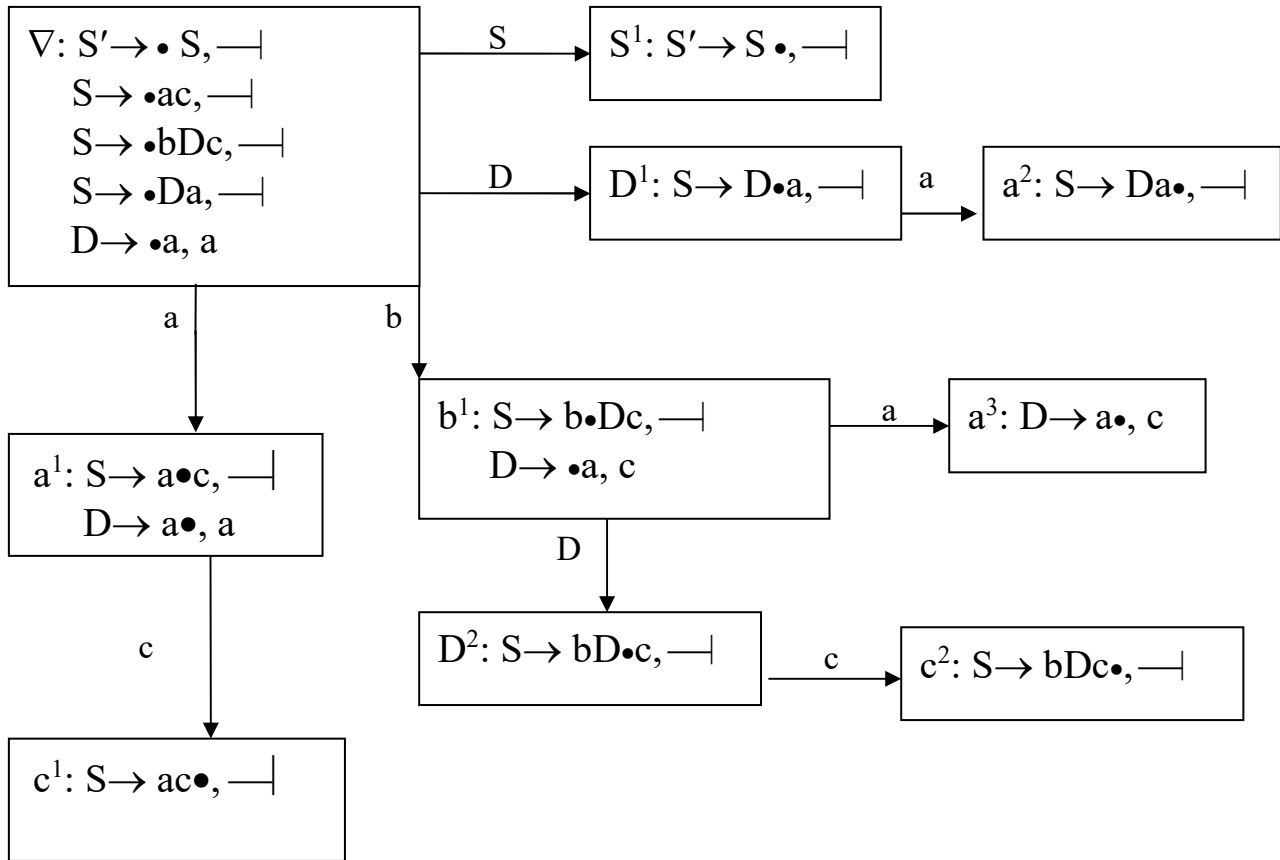
§ 4. «Гибридный» метод построения LR-автомата. LALR(1)-грамматика

Рассмотрим метод, называемый LALR(1) (Look Ahead LR, «смотри вперед»).

Главная идея метода: если в LR(1)-автомате два множества LR(1)-пунктов имеют одинаковое множество ядер, то отождествим эти множества в одно состояние автомата.

Назовем его **LALR-автомат**.

Пример. Автомат из предыдущего параграфа: $LALR(1) = LR(1)$.

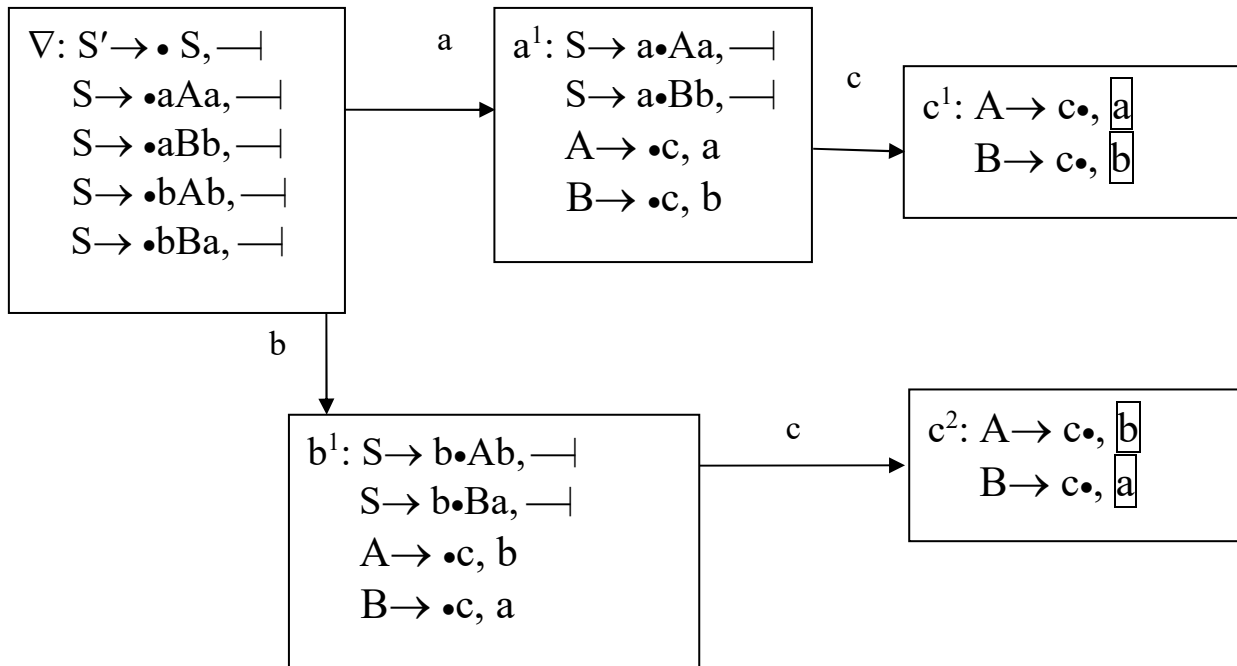


Комментарий: для построения LALR-автомата используется именно LR(0)-автомат, в котором к пунктам добавляются необходимые символы a после запятой. Количество состояний LALR-автомата = количество состояний LR(0)-автомата.

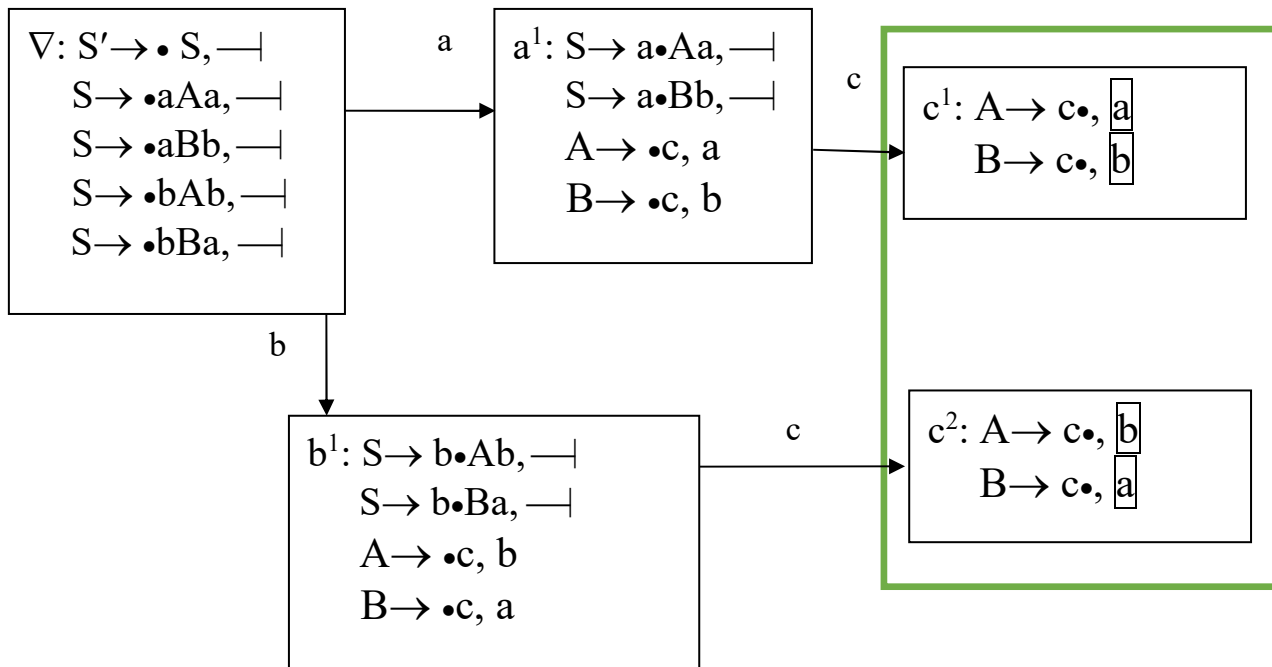
Пример.

$G = \{S' \rightarrow S, S \rightarrow aAa \mid aBb \mid bAb \mid bBa, A \rightarrow c, B \rightarrow c\}.$

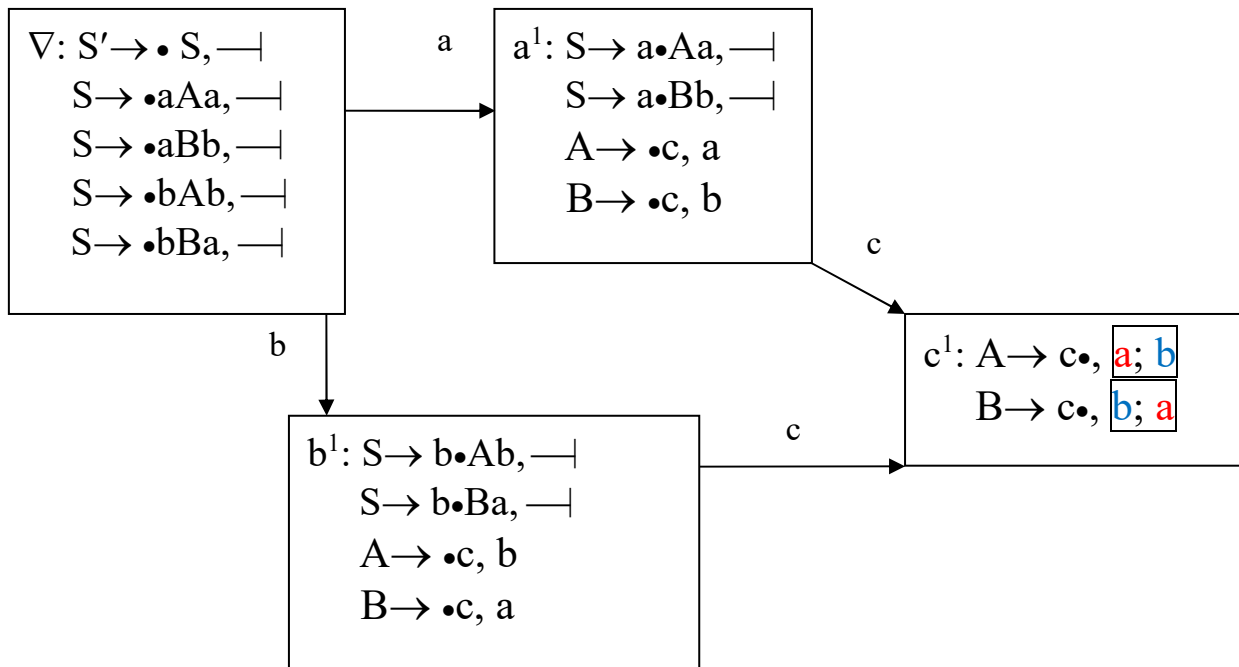
(стр. 175 учебного пособия А.М. Шура и А.П. Замятина)



Часть LR(1)-автомата для грамматики. Видно, что данная грамматика является LR(1)-грамматикой.



Объединяем состояния с одинаковыми ядрами.



Часть LALR-автомата для грамматики. Видно, что данная грамматика не LARL-грамматика, поскольку появился конфликт.

Алгоритм построения LALR(1)-анализатора практически совпадает с алгоритмом построения LR(1)-анализатора, но используется LALR-автомат.

Опр. Грамматика называется **LALR(1)-грамматикой**, если LALR(1)-анализатор не содержит конфликтов.

Комментарий: $\text{LALR}(1) \subset \text{LR}(1)$.

Следствие: $\text{LR}(0) \subset \text{LALR}(1) \subset \text{LR}(1)$.

Замечание: $\text{SLR}(1) \subset \text{LALR}(1)$

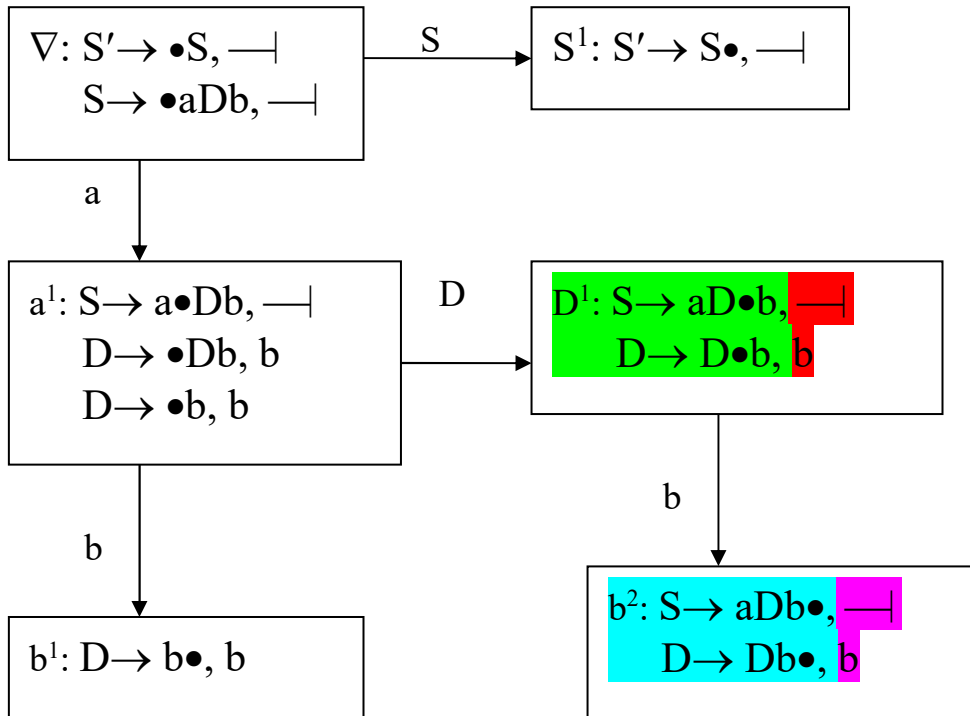
Доказательство повторяет идею доказательства **Замечания:**
 $\text{SLR}(1) \subset \text{LR}(1)$.

Пример, рассмотренный в параграфе 2

$G = \{S' \rightarrow S, S \rightarrow aDb, D \rightarrow Db \mid b\}$ (SLR(1)-грамматика)

нетерм.	FIRST(..)	FOLLOW(..)
S'	a	—
S	a	—
D	b	b

Построим его LALR-автомат.



Легко увидеть, что в LALR(1)-анализаторе конфликта «свертка-свертка» в состоянии b^2 не будет, так как свертка по правилу 2 будет в столбце $\rightarrow$, а свертка по правилу 3 будет в столбце b .

	ACTION			GOTO	
	a	b	$\rightarrow$	S	D
$\sim$	$\sim$	$\sim$	$\sim$	$\sim$	$\sim$
b^2		$\otimes 3$	$\otimes 2$		

Эта грамматика является LALR(1)-грамматикой.

LR* анализ. Обработчик ошибок

к.ф.-м.н., доц. Нагребцкая Ю.В.

УрФУ

Департамент математики, механики и компьютерных наук

Екатеринбург

1.09.2025

Задача

Построить LR* - распознаватель с обработчиком ошибок для языка формул логики высказываний, содержащих только $\neg$, $\wedge$, $\vee$ и скобки (не обязательно ДНФ!) с учетом приоритета операций.

Такие формулы пишутся, н-р, по релейно-константным схемам.
Использовать приоритет операций: $\xrightarrow{\vee, \wedge, \neg}$.

Напишем грамматику

$$S \rightarrow \neg S \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid (S) \mid x$$

$$\Sigma = \{ (,) \wedge, \vee, \neg, x \}, \Gamma = \{ S \}.$$

Задача

Построить LR* - распознаватель с обработчиком ошибок для языка формул логики высказываний, содержащих только $\neg$, $\wedge$, $\vee$ и скобки (не обязательно ДНФ!) с учетом приоритета операций.

Такие формулы пишутся, н-р, по релейно-константным схемам.
Использовать приоритет операций: $\xrightarrow{\vee, \wedge, \neg}$.

Напишем грамматику

$$S \longrightarrow \neg S \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid (S) \mid x$$

$$\Sigma = \{ (,), \wedge, \vee, \neg, x \}, \Gamma = \{ S \}.$$

Задача

Построить LR* - распознаватель с обработчиком ошибок для языка формул логики высказываний, содержащих только $\neg$, $\wedge$, $\vee$ и скобки (не обязательно ДНФ!) с учетом приоритета операций.

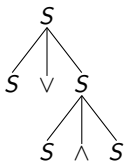
Такие формулы пишутся, н-р, по релейно-константным схемам.
Использовать приоритет операций: $\xrightarrow{\vee, \wedge, \neg}$.

Напишем грамматику

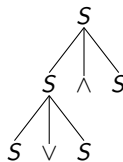
$$S \longrightarrow \neg S \mid S \wedge S \mid S \vee S \mid (S) \mid x$$

$$\Sigma = \{ (,) \wedge, \vee, \neg, x \}, \Gamma = \{ S \}.$$

Это неоднозначная грамматика:



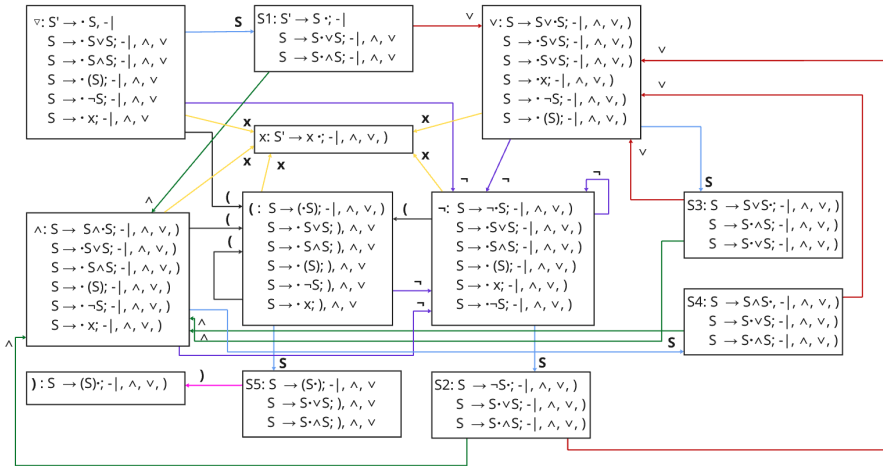
$S \vee S \wedge S$



$S \vee S \wedge S$

Построим LALR-автомат по LR(0)-автомату. Если бы мы строили LALR-автомат по LR(0)-автомату, то объединяли бы состояния $\neg_1, \neg_2, \dots$ в состояние $\neg$, $\wedge_1, \wedge_2, \dots$ — в состояние $\wedge$, а состояния $\vee_1, \vee_2, \dots$ — в состояние $\vee$, состояния $x_1, x_2, \dots$ — в состояние x .

Слайд 4. LALR-автомат



Слайд 5. LR*-анализатор. Обработчик ошибок

	ACTION							GOTO
	$\neg$	$\wedge$	$\vee$	x	$($	$)$	$- $	S
∇	$\leftarrow \neg$	err1	err1	$\leftarrow x$	$\leftarrow ($	err2	err4	S_1
S_1	err3	$\leftarrow \wedge$	$\leftarrow \vee$	err3	err3	err2	$\vee$	
S_2	$\otimes 1$	$\otimes 1$	$\otimes 1$	$\otimes 1$	$\otimes 1$	$\otimes 1$	$\otimes 1$	
S_3	err3	$\leftarrow \wedge$	$\otimes 3$	err3	err3	$\otimes 3$	$\otimes 3$	
S_4	$\otimes 2$	$\otimes 2$	$\otimes 2$	$\otimes 2$	$\otimes 2$	$\otimes 2$	$\otimes 2$	
S_5	err3	$\leftarrow \wedge$	$\leftarrow \vee$	err3	err3	$\leftarrow)$	err5	
$\neg$	$\leftarrow \neg$	err1	err1	$\leftarrow x$	$\leftarrow ($	err2	err1	S_2
$\wedge$	$\leftarrow \neg$	err1	err1	$\leftarrow x$	$\leftarrow ($	err2	err1	S_4
$\vee$	$\leftarrow \neg$	err1	err1	$\leftarrow x$	$\leftarrow ($	err2	err1	S_3
$($	$\leftarrow \neg$	err1	err1	$\leftarrow x$	$\leftarrow ($	err2	err6	S_5
$)$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	
x	$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	

$S' \rightarrow S$

$S \xrightarrow{(1)} \neg S$

$S \xrightarrow{(2)} S \wedge S$

$S \xrightarrow{(3)} S \vee S$

$S \xrightarrow{(4)} (S)$

$S \xrightarrow{(5)} x$

err1 – пропустили операнд, вставить x

err2 – лишняя $)$ удалить

err3 – пропустили оператор, вставить $\vee$

err4 – пустой ввод, вставить x

err5 – незакрытая $($ (вставить $)$)

err6 – лишняя $($ (удалить $)$)

Слайд 6. Пояснения к состояниям и действиям в таблице.

Состояния S_1, S_2

▽ Пусть стек пуст.

Мы ожидаем (осуществляем перенос) либо унарный оператор $\neg$, либо x , либо $($.

S_1 Наверху стека находится готовое выражение S

(это кратчайший путь от начального состояния ∇ до состояния S_1).
Мы ожидаем (осуществляем перенос) либо бинарный оператор ($\wedge$, $\vee$), либо конец ввода строки ($'-|'$).

S_2 Конфликт: (СВЕРТКА-ПЕРЕНОС, ПЕРЕНОС)

Наверху стека находится $\neg S$

(это кратчайший путь от начальной состояния ∇ до состояния $\neg S$).

Разрешаем конфликт.

Свёртка по правилу (1) $S \rightarrow \neg S$ происходит при любом допустимом последующем символе ($\wedge, \vee, -|$). Это связано с тем, что унарная операция $\neg$ имеет наивысший приоритет. Мы сначала выполняем эту операцию (свёртку), а не ждём следующую (перенос).

Слайд 7. Пояснения к состояниям и действиям в таблице.

Состояние S_3

S_3 Конфликт: (СВЕРТКА-ПЕРЕНОС, ПЕРЕНОС)

Наверху стека находится $S \vee S$

(это кратчайший путь от начальной состояния ∇ до состояния S_3).

Раз разрешаем конфликт.

- Если следующий символ $\vee$ или $-|$, выполняется свёртка по правилу (3) $S \rightarrow S \vee S$. Это реализует **левую ассоциативность** для $\vee$.
- Если следующий символ $\wedge$, выполняется перенос $\wedge$. Это происходит потому, что у $\wedge$ **приоритет выше**, чем у $\vee$, и сначала нужно вычислить операцию справа.

Слайд 8. Пояснения к состояниям и действиям в таблице.

Состояние S_4

S_4 Конфликт: (СВЕРТКА-ПЕРЕНОС, ПЕРЕНОС)

Наверху стека находится $S \wedge S$.

(это кратчайший путь от начальной состояния ∇ до состояния S_4).

Раз разрешаем конфликт.

Выполняется свёртка по правилу (2) $S \rightarrow S \wedge S$ для символов $\wedge, \vee$ и $-|$.

- Для $\wedge$: это левая ассоциативность.
- Для $\vee$: приоритет $\wedge$ выше, чем у $\vee$, поэтому мы сначала сворачиваем $S \wedge S$, прежде чем обрабатывать $\vee$.

Слайд 9. Пояснения к состояниям и действиям в таблице. Состояние S_5 и $x, \neg, \wedge, \vee, (,)$

S_5 Наверху стека находится $(S$.

(это кратчайший путь от начальной состояния ∇ до состояния S_4).

Ожидается закрывающая скобка. При её появлении $(')')$ выполняется перенос, после чего на вершине стека окажется (S) , и можно будет выполнить свёртку по правилу (4) $S \rightarrow (S)$.

$x, \neg, \wedge, \vee, (,)$ Состояния помеченные этими терминалами - аналогично!
Они все бесконфликтные!

Слайд 10. Пояснения к разрешению конфликтов в состояниях S_2 , S_3 , S_4 . Иллюстрация



Слайд 11. Пояснения к заполнению пустых клеток таблицы (обработчик ошибок)

- ⊗ сворачиваем для любого терминала и конца строки, на который показывает указатель, чтобы было легче анализировать ошибки, предполагая, что этот символ может быть ошибочным, если на вершине стека основа.

▽ Пусть стек пуст.

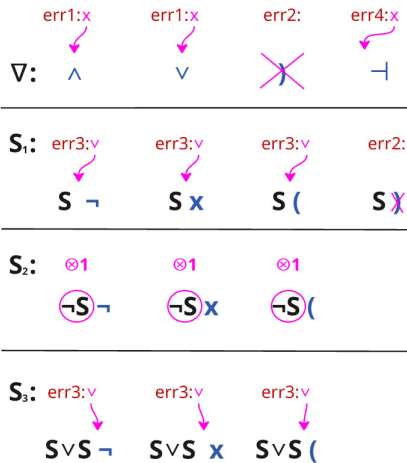
И на ленте $\wedge$, $\vee$, $)$ или $-|$, тогда мы имеем ошибочную " r -форму" $\wedge$, $\vee$, $)$ или $-|$, а это ошибка **err1**, **err1**, **err2** или **err4** соответственно.

S_1 Наверху стека находится готовое выражение S

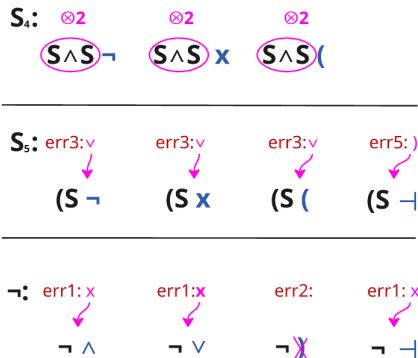
(это кратчайший путь от начального состояния ∇ до состояния S_1).

- Если на ленте $\neg$, x или $($, то значит имеем ошибочную " r -форму" $S \neg$, $S x$ или $S ($ соответственно, а это ошибка **err3**
- Если на ленте $)$, то значит имеем ошибочную " r -форму" $S)$, а это ошибка **err2**.

Слайд 12. Обработчик ошибок. Иллюстрация



Слайд 13. Обработчик ошибок. Иллюстрация



Слайд 14. Обработчик ошибок. Иллюстрация

$\wedge:$ $\wedge \wedge$	$\wedge:$ $\wedge \vee$	$\wedge:$ $\wedge)$	$\wedge:$ $\wedge \neg$
err1:x	err1:x	err2:	err4:x
$\vee:$ $\vee \wedge$	$\vee:$ $\vee \vee$	$\vee:$ $\vee)$	$\vee:$ $\vee \neg$
err1:x	err1:x	err2:	err4:x
$(:$ $(\wedge$	$(:$ $(\vee$	$(:$ $()$	$(:$ $(\neg$
err1:x	err1:x	err2:	err6:
$):$ $(\wedge \neg$	$):$ $(\vee \neg$	$):$ $(\wedge ($	
$\otimes 4$	$\otimes 4$	$\otimes 4$	
$x:$ $(\wedge \neg$	$x:$ $(\vee \neg$	$x:$ $(\wedge ($	
$\otimes 5$	$\otimes 5$	$\otimes 5$	

Слайд 15. Протокол разбора цепочки $x \vee \neg x \wedge x$, принадлежащей языку $L(G)$

такт	стек	обработ. слово	действие
1	∇	$\diamond x \vee \neg x \wedge x - $	$\leftarrow x$
2	∇x	$x \diamond \vee \neg x \wedge x - $	$\otimes 5$ вытаскиваем из стека x , вставляем в стек $\text{GOTO}(\nabla, S) = S^1$, на ленте стоим на месте; переходим в состояние S^1
3	∇S^1	$x \diamond \vee \neg x \wedge x - $	$\leftarrow \vee$
4	$\nabla S^1 \vee$	$x \vee \diamond \neg x \wedge x - $	$\leftarrow \neg$
5	$\nabla S^1 \vee \neg$	$x \vee \neg \diamond x \wedge x - $	$\leftarrow x$
6	$\nabla S^1 \vee \neg x$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x - $	$\otimes 5$ вытаскиваем из стека x , вставляем в стек $\text{GOTO}(\neg, S) = S^2$, на ленте стоим на месте; переходим в состояние S^2
7	$\nabla S^1 \vee \neg S^2$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x - $	$\otimes 1$ вытаскиваем из стека основу $\neg S^2$, вставляем в стек основу $\text{GOTO}(\nabla, S) = S^3$, на ленте стоим на месте; переходим в состояние S^3
8	$\nabla S^1 \vee S^3$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x - $	$\leftarrow \wedge$
9	$\nabla S^1 \vee S^3 \wedge$	$x \vee \neg x \wedge \diamond x - $	$\leftarrow x$
10	$\nabla S^1 \vee S^3 \wedge x$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond - $	$\otimes 5$ вытаскиваем из стека x , вставляем в стек $\text{GOTO}(\wedge, S) = S^4$, на ленте стоим на месте; переходим в состояние S^4
11	$\nabla S^1 \vee S^3 \wedge S^4$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond - $	$\otimes 2$, вытаскиваем из стека основу $S^3 \wedge S^4$, вставляем в стек $\text{GOTO}(\vee, S) = S^3$, на ленте стоим на месте; переходим в состояние S^3
12	$\nabla S^1 \vee S^3$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond - $	$\otimes 3$, вытаскиваем из стека основу $S^1 \vee S^3$, вставляем в стек $\text{GOTO}(\nabla, S) = S^1$, стоим на месте; переходим в состояние S^1
13	∇S^1	$x \vee \neg x \wedge x \diamond - $	допуск!

$S \Rightarrow S \vee S \Rightarrow S \vee S \wedge S \Rightarrow S \vee S \wedge x \Rightarrow S \vee \neg S \wedge x \Rightarrow S \vee \neg x \wedge x \Rightarrow x \vee \neg x \wedge x$

Слайд 16. Протокол выявления ошибок в цепочке $x \vee \neg \wedge x$

такт	стек	обработ. слово	действие
1	∇	$\diamond x \vee \neg \wedge x) - $	$\leftarrow x$
2	$\underline{\nabla} x$	$x \diamond \vee \neg \wedge x) - $	$\otimes 5, S \rightarrow x, \text{GOTO}(\nabla, S) = S^1$
3	∇S^1	$x \diamond \vee \neg \wedge x) - $	$\leftarrow \vee$
4	$\nabla S^1 \vee$	$x \vee \diamond \neg \wedge x) - $	$\leftarrow \neg$
5	$\nabla S^1 \vee \neg$	$x \vee \neg \diamond \wedge x) - $	err1: вставить x
6	$\nabla S^1 \vee \neg$	$x \vee \neg \diamond x \wedge x) - $	$\leftarrow x$
7	$\nabla S^1 \vee \neg x$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x) - $	$\otimes 5, \text{GOTO}(\neg, S) = S^2$
8	$\nabla S^1 \underline{\vee} \neg S^2$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x) - $	$\otimes 1, \text{GOTO}(\vee, S) = S^3$
9	$\nabla S^1 \vee S^3$	$x \vee \neg x \diamond \wedge x) - $	$\leftarrow \wedge$
10	$\nabla S^1 \vee S^3 \wedge$	$x \vee \neg x \wedge \diamond x) - $	$\leftarrow x$
11	$\nabla S^1 \vee S^3 \underline{\wedge} x$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond) - $	$\otimes 5, \text{GOTO}(\wedge, S) = S^4$
12	$\nabla S^1 \underline{\vee} S^3 \wedge S^4$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond) - $	$\otimes 2, \text{GOTO}(\vee, S) = S^3$
13	$\underline{\nabla} S^1 \vee S^3$	$x \vee \neg x \wedge x \diamond) - $	$\otimes 3, \text{GOTO}(\nabla, S) = S^1$
14	∇S^1	$\diamond x \vee \neg x \wedge x \diamond - $	допуск!

Нашли ошибку!