# Сводимость

Задача A сводится к задаче B означает, что существует алгоритм, который позволяет решить задачу A, если известно, как решать задачу B.

! Если A неразрешима и сводится к B, то и B неразрешима.

## Пример 1

Проблема остановки МТ на пустой ленте.

Для МТ неразрешима самоприменимость. И мы сведём эту задачу к нашей $\Rightarrow$ задача остановки МТ на пустой ленте неразрешима.

Сначала самоприменимую МТ запускаем и стираем всё. Если МТ останавливается $\Rightarrow$ МТ не самоприменима, что противоречит.

## Пример 2

Проблема Туэ (проблема равенства слов в ассоц. исчислении).

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$ – конечный алфавит.

Соотношения $\begin{cases} a_1 a_2 = a_2 a_1 \\ a_1 a_2 a_3 = a_2 a_3 a_1 \\ \dots \end{cases}$ – конечный список таких соотношений

Пусть $w$ – слово над A, тогда применение соотношения $u = u'$ к $w$ состоит в следующем:

записываем $w$ как какое-то слово $u_1 u u_2$ и заменяем $u$ на $u'$, т.е. переходим к $w' = u_1 u' u_2$

**Вопрос**: равны ли $w$ и $w'$ по модулю $R$ (система соотн-ий)

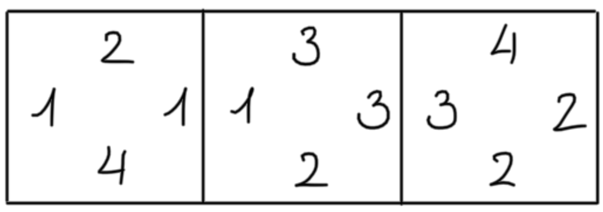
Тут работает двусторонность, в отличие от инструкций, т.е. $q_i a_j \to q_k a_l \{R, L, N\}$. Перейдя во 2ое состояние, не можем вернуться обратно — здесь односторонний переход.

$aa^{-1}$ — стирается буква.

$a_i a_i^{-1} = a_i^{-1} a_i = 1$

## Пример 3

Проблема домика




Прикладывать плитки можно только одинаковыми цветами.

Число типов плитки — конечно

Число наборов плитки — бесконечно

**Вопрос**: можно ли заполнить сколь угодно большой кусок плоскости плиткой?

Нет, это неразрешимая задача. Даже для набора с 14 типами плиток.

## Пример 4

10 проблема Гильберта

Дано: ур-ние с целыми коэффициентами.

Вопрос: имеет ли оно целые корни?

## Пример 5

Проблема соответствий Поста

Дано: 2 списка слов над одним и тем же словом: $u_1, u_2, \ldots, u_n$
$v_1, v_2, \ldots, v_n$

Вопрос: есть ли такой набор индексов $i_1, \ldots, i_k$, что $u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots, u_{i_k} = v_{i_1}, \ldots, v_{i_k}$.

Это неразрешимая задача!

Пусть $n$ - это размер нашей задачи и есть алгоритм, решающий эту задачу за разное время

| $t \backslash n$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$ | 0,00001 с | 0,00002 с | 0,00003 с | 0,00004 с | 0,00005 с. | 0,00006 с |
| $n^2$ | 0,001 с | 0,0004 с | 0,0009 с | 0,0016 с | 0,0025 с | 0,0036 с |
| $n^3$ | 0,001 с | 0,0008 с | 0,027 с | 0,064 с | 0,125 с | 0,216 с |
| $n^5$ | 0,1 с | 3,2 с | 24,3 с | 1,7 мин | 5,2 мин | 13,0 мин |
| $2^n$ | 0,001 с | 1 с | 17,9 мин | 12,7 дней | 35,7 лет | 366 веков |
| $3^n$ | 0,059 с | 58 мин | 6,5 лет | 3855 веков | $2 \cdot 10^3$ веков | $1{,}3 \cdot 10^{13}$ ве[illegible] |

| Сейчас | Через 10 лет | Через 20 лет |
|---|---|---|
| $N_1$ комб. размер задачи, если известен лин. алг. | $100 \cdot N_1$ | $1000 \cdot N_1$ |

$n$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $N_2$ | $10 N_2$ | $31{,}6 N_2$ | $n^2$ |
| $N_3$ | $4{,}64 N_3$ | $10 N_3$ | $n^3$ |
| $N_4$ | $2{,}5 N_4$ | $3{,}98 N_4$ | $n^5$ |
| $N_5$ | $N_5 + 6{,}44$ | $N_5 + 9{,}97$ | $2^n$ |
| $N_6$ | $N_6 + 4{,}19$ | $N_6 + 6{,}29$ | $3^n$ |

Под размером задачи понимаем длину записи условия на ленте МТ, а под временем работы задачи – число тактов МТ.

| | | |
|---|---|---|
| МТ | $T$ | быстрота |
| n-МТ | $\sqrt{T}$ | время, чтобы решить задачу на многоленточной МТ. |
| RAM | $\sqrt[3]{T}$ | |

Разделение между задачами полиномиальной и экспоненциальной сложности. Не зависит от того, в каком виде мы представляем данные, важно в каком виде мы записываем числа.

! Записываем числа в двоичном виде.

Для записи $N$ надо $\log_2 N$ бит.

Решето Эратосфена – полиномиальный алгоритм.