

Задача. Исследовать на локальный экстремум функции $z = f(x, y) = x^2 + 10x + y^2 + 4y$.

Решение.

1) Найдем стационарные точки.

$$z = f(x, y) = x^2 + 10x + y^2 + 4y \Rightarrow$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 10, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \Rightarrow 2x + 10 = 0 \Rightarrow x = -5 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \Rightarrow 2y + 4 = 0 \Rightarrow y = -2 \end{array} \right| \Rightarrow P_0(-5, -2) - \text{стационарная точка}$$

2) Проверим стационарные точки на локальный экстремум

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2 \Rightarrow A = \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{P_0} = 2, \quad C = \left. \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right|_{P_0} = 2,$$

$$B = \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right|_{P_0} = 0 \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4$$

$\Delta > 0, A > 0 \Rightarrow P_0(-5, -2) - \text{точка локал. мин}$

Ответ: $P_0(-5, -2) - \text{точка локал. мин}$