

Дискретная математика. Занятие 1

1. Докажите, что следующее бинарное отношение на множестве M является отношением эквивалентности, постройте классы эквивалентности и опишите фактор-множество:

$$M = \mathbb{N}^2 \quad (x, y) R (u, v) \Leftrightarrow xv = yu$$

2. Бинарное отношение на множестве $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задано матрицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверьте, будет ли оно отношением порядка. В случае положительного ответа нарисуйте диаграмму Хассе этого ч.у.м.

3. Найти ρ^{-1} , ρ^2 , $\rho\rho^{-1}$, $\rho^{-1}\rho$:

$$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid y = x^2\}$$

4. Построить транзитивное замыкание отношения: $\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid y = x + 1\}$.
5. Постройте рефлексивно-симметрично-транзитивное замыкание отношения $R = \{(4, 1), (2, 3), (5, 2)\}$ на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
6. Рассмотрим орграф, заданный матрицей смежности:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Не изображая граф, найти его компоненты сильной связности.

7. Обозначим через $(\mathcal{E}q(X), \subseteq)$ ч.у.м. отношений эквивалентности на множестве X . Докажите, что это действительно ч.у.м. и постройте его диаграмму для $|X| = 3$.