

## Вопросы по алгебре (1 семестр)

1. Множества и подмножества. Операции объединения и пересечения подмножеств. Свойства этих операций.
2. Разность подмножеств. Дополнение к подмножеству. Законы де Моргана.
3. Декартово произведение множеств. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о разбиении.
4. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение порядка. Максимальные и минимальные элементы. Наибольшие и наименьшие элементы.
5. Отображения множеств. Свойства отображений. Обратное отображение. Композиция отображений и ее свойства.
6. Операции на множестве. Свойства операций. Понятие полугруппы, моноида, группы. Симметрическая группа. Разрешимость уравнений в группе.
7. Кольца и их свойства. Области целостности и поля.
8. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.
9. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
10. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни из 1.
11. Первообразные корни из 1.
12. Построение кольца многочленов. Простейшие свойства многочленов.
13. Деление многочленов с остатком.
14. Наибольший общий делитель многочленов. Теорема существования. Ассоциированность НОД. Выражение НОД через исходные элементы.
15. Взаимно простые многочлены и их свойства.
16. Неприводимые многочлены и их свойства.
17. Теорема о разложении многочлена в произведение неприводимых.
18. Производная многочлена и ее свойства. Кратные множители многочлена. Алгоритм отделения кратных множителей.
19. Значение многочлена. Корни многочлена. Теорема Безу. Равенство многочленов, совпадающих как функции.
20. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
21. Алгебраически замкнутые поля. Разложение многочленов над алгебраически замкнутым полем.
22. Разложение многочленов над полем действительных чисел.
23. Многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Примитивные многочлены и их свойства.
24. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Критерий Эйзенштейна.

25. Алгоритм Кронекера.
26. Кольцо многочленов от нескольких переменных и их свойства. Тип одночлена. Лексико-графический порядок типов. Стандартный вид многочлена от нескольких переменных. Лемма о старшем члене произведения многочленов.
27. Действие подстановки на многочлен. Кольцо симметрических многочленов. Основные симметрические многочлены. Теорема о представлении симметрического многочлена через основные (с доказательством существования такого представления).
28. Основные симметрические многочлены. Теорема о представлении симметрического многочлена через основные (с доказательством единственности такого представления). Теорема Виета.
29. Вложение полугруппы в группу.
30. Вложение области целостности в поле.
31. Поле рациональных функций. Правильные дроби. Теорема о сумме правильных дробей. Представление рациональной функции как суммы многочлена и правильной дроби.
32. Простейшие дроби. Представление правильной дроби в виде суммы простейших.