

Вопросы по алгебре и геометрии (2 семестр)

1. Функция объема параллелопада и её свойства.
2. Определитель квадратной матрицы и его свойства.
3. Теорема о совпадении функции объема параллелопада и определителя. Теорема о разложении определителя по строке.
4. Полуразпадавшиеся и разпадавшиеся матрицы. Определитель полуразпадавшейся и квазидиагональной матриц.
5. Определитель произведения квадратных матриц.
6. Обратное отображение и обратимые матрицы. Матрица, обратная к данной. Критерий обратимости в терминах её определителя.
7. Крамеровы системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
8. Минорный ранг матрицы.
9. Построение кольца многочленов. Простейшие свойства многочленов.
10. Деление многочленов с остатком.
11. Делимость многочленов. Свойства отношения делимости. Отношение ассоциированности.
12. Наибольший общий делитель многочленов. Теорема существования. Ассоциированность НОД.
13. Выражение НОД через исходные многочлены.
14. Взаимно простые многочлены и их свойства.
15. Неприводимые многочлены и их свойства. Теорема о разложении в произведение неприводимых многочленов. Каноническое разложение.
16. Производная многочлена и её свойства. Кратные множители многочлена. Алгоритм выделения кратных множителей.
17. Значение многочлена. Корни многочлена. Теорема Безу. Равенство многочленов, совпадающих как функции.
18. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
19. Алгебраически замкнутые поля. Разложение многочленов над алгебраически замкнутым полем.
20. Разложение многочленов над полем действительных чисел.
21. Многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Примитивные многочлены и их свойства.
22. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Критерий Эйзенштейна.
23. Алгоритм Кронекера.
24. Сопряженное отображение. Свойства сопряженного отображения. Единственность сопряженного отображения.
25. Дважды сопряженное отображение. Существование сопряженного отображения.
26. Изометрические операторы и их свойства.
27. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного преобразования. Условия существования собственных векторов линейного преобразования.

28. Самосопряженные линейные преобразования и их свойства. Строение матрицы самосопряженного линейного преобразования.
29. Сингулярное представление линейного отображения.
30. Псевдообратный оператор.
31. Наилучшие приближения данных линейным многообразием.
32. Билинейные и квадратичные функции. Билинейные и квадратичные формы. Матрица билинейной формы. Конгруэнтные формы и матрицы.
33. Квадратичные функции и формы. Связь с симметричными билинейными функциями и формами. Конгруэнтность квадратичных функций и форм.
34. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Приведение формы к каноническому виду. Единственность нормального вида над полем комплексных чисел.
35. Знакоопределённые квадратичные формы. Закон инерции вещественных квадратичных форм.
36. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
37. Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.
38. Эллипс.
39. Гипербола.
40. Директориальное свойство эллипса.
41. Директориальное свойство гиперболы.
42. Парабола.
43. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду.
44. Цилиндрические поверхности.
45. Конические поверхности.
46. Поверхности вращения.
47. Эллипсоид.
48. Однополостный гиперболоид. Асимптотический конус.
49. Двуполостный гиперболоид. Асимптотический конус.
50. Эллиптический параболоид.
51. Гиперболический параболоид.
52. Приведение поверхностей второго порядка к каноническому виду.
53. Линейные преобразования простой структуры.
54. Инвариантные подпространства линейного преобразования.
55. Корневые подпространства линейного преобразования.
56. Разложение Фитинга линейного пространства.
57. Теорема существования корневого разложения линейного пространства.
58. Понятие α -серии и диаграммы. Теорема о линейной независимости векторов диаграммы.
59. Максимальные диаграммы. Теорема существования жордановой формы матрицы линейного преобразования.
60. Теорема единственности жордановой формы матрицы.
61. Теорема Гамильтона-Кели.

62. Взаимосвязь между инвариантными подпространствами линейного преобразования и сопряженного к нему. Понятие нормального линейного преобразования и свойства его собственных векторов.
63. Теорема о структуре нормального линейного преобразования (случай разложимости характеристического многочлена на линейные множители).
64. Существование инвариантных подпространств малой размерности для линейных преобразований линейных пространств над \mathbf{R} .
65. Теорема о структуре нормального линейного преобразования евклидова пространства. Геометрический смысл изометрических преобразований евклидовых пространств.