

## Вопросы по алгебре и геометрии (1 семестр)

1. Декартово произведение множеств. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о разбиении.
2. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение порядка. Максимальные и минимальные элементы. Наибольшие и наименьшие элементы.
3. Отображения множеств. Свойства отображений. Обратное отображение. Композиция отображений и ее свойства.
4. Операции на множестве. Свойства операций. Понятие полугруппы, группы. Симметрическая группа. Разрешимость уравнений в группе.
5. Кольца и их свойства. Области целостности и поля.
6. Понятие вектора. Операция сложения векторов и её свойства.
7. Умножение вектора на число. Свойства произведения вектора на число. Коллинеарность векторов. Признак коллинеарности.
8. Базис на плоскости. Разложение вектора плоскости по базису. Координаты вектора. Действия с векторами в координатной форме.
9. Компланарность векторов. Базис в пространстве. Разложение вектора по базису пространства. Координаты вектора. Действия с векторами в координатной форме.
10. Скалярное произведение векторов. Компонента вектора на прямую и проекция вектора на ось. Свойства компоненты, проекции и скалярного произведения.
11. Правые и левые тройки векторов. Векторное и смешанное произведения векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Свойства векторного и смешанного произведений.
12. Системы координат на плоскости и в пространстве. Простейшие задачи аналитической геометрии.
13. Виды уравнений прямой на плоскости.
14. Взаимное расположение прямых на плоскости.
15. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение точки от прямой.
16. Параметрические уравнения поверхности в пространстве. Общее уравнение поверхности в пространстве. Виды уравнений плоскости.
17. Взаимное расположение плоскостей.
18. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости.
19. Виды уравнений прямой в пространстве.
20. Взаимное расположение прямых в пространстве.
21. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
22. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.

23. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
24. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни из 1.
25. Линейное пространство. Примеры. Простейшие свойства линейных пространств.
26. Линейная зависимость векторов. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем. Отношение «линейно выражаться» и его свойства.
27. Базис линейного пространства. Эквивалентные определения базиса. Координаты вектора. Действия с векторами в координатной форме.
28. Основная теорема о линейной зависимости. Размерность пространства.
29. Подпространства линейного пространства. Операции над подпространствами и их свойства. Подпространство, порожденное заданным множеством.
30. Теорема о размерности суммы подпространств.
31. Прямая сумма подпространств. Эквивалентные определения прямой суммы. Примеры. Размерность прямой суммы подпространств.
32. Понятие линейного отображения. Линейное пространство линейных отображений. Произведение отображений. Свойства произведения.
33. Матрица линейного отображения. Действия над матрицами. Связь между операциями над операторами и операциями над их матрицами.
34. Ядро и образ линейного отображения. Соотношение между рангом и дефектом отображения.
35. Пространство со скалярным произведением. Примеры. Простейшие свойства пространств со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.
36. Ортогональные и ортонормированные системы. Процесс ортогонализации Грама-Шмита.
37. Ортогональное дополнение. Свойства ортогонального дополнения. Теорема об ортогональном разложении.
38. Обратимые отображения и обратимые матрицы.
39. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных уравнений.
40. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
41. Приближённое решение несовместных систем линейных уравнений.
42. Преобразование координат при переходе к другому базису. Преобразование матрицы линейного отображения при переходе к новым базисам. Подобные матрицы.