

Вопросы по алгебре (1 семестр)

1. Множества и подмножества. Операции объединения и пересечения подмножеств. Свойства этих операций.
2. Разность подмножеств. Дополнение к подмножеству. Законы де Моргана.
3. Декартово произведение множеств. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение эквивалентности. Теорема о разбиении.
4. Понятие отношения на множестве. Свойства отношений. Отношение порядка. Максимальные и минимальные элементы. Наибольшие и наименьшие элементы.
5. Отображения множеств. Свойства отображений. Обратное отображение. Композиция отображений и ее свойства.
6. Операции на множестве. Свойства операций. Понятие полугруппы, моноида, группы. Симметрическая группа. Разрешимость уравнений в группе.
7. Кольца и их свойства. Области целостности и поля.
8. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.
9. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
10. Извлечение корней из комплексных чисел. Корни из 1.
11. Первообразные корни из 1.
12. Построение кольца многочленов. Простейшие свойства многочленов.
13. Деление многочленов с остатком.
14. Евклидовы кольца. Примеры евклидовых колец. Простейшие свойства евклидовых колец.
15. Наибольший общий делитель элементов евклидова кольца. Теорема существования. Ассоциированность НОД. Выражение НОД через исходные элементы.
16. Взаимно простые элементы евклидова кольца и их свойства.
17. Простые элементы евклидова кольца и их свойства.
18. Теорема о разложении элементов евклидова кольца в произведение простых.
19. Значение многочлена. Корни многочлена. Теорема Безу. Равенство многочленов, совпадающих как функции.
20. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
21. Алгебраически замкнутые поля. Разложение многочленов над алгебраически замкнутым полем.
22. Разложение многочленов над полем действительных чисел.
23. Производная многочлена и ее свойства. Кратные множители многочлена. Алгоритм отделения кратных множителей.
24. Многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Прimitивные многочлены и их свойства.

25. Неприводимые многочлены над полем рациональных чисел и кольцом целых чисел. Критерий Эйзенштейна.
26. Алгоритм Кронекера.
27. Кольцо многочленов от нескольких переменных и их свойства. Тип одночлена. Лексико-графический порядок типов. Стандартный вид многочлена от нескольких переменных Лемма о старшем члене произведения многочленов.
28. Действие подстановки на многочлен. Кольцо симметрических многочленов. Основные симметрические многочлены. Теорема о представлении симметрического многочлена через основные. Теорема Виета.
29. Вложение полугруппы в группу.
30. Вложение области целостности в поле.
31. Поле рациональных функций. Правильные дроби. Представление рациональной функции как суммы многочлена и правильной дроби.
32. Простейшие дроби. Представление правильной дроби в виде суммы простейших.
33. Линейные пространства. Простейшие свойства линейных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость. Основные свойства. Эквивалентность систем векторов.
34. Системы образующих и базис пространства. Конечномерные пространства, существование базиса конечномерного пространства. Размерность конечномерного пространства. Координаты вектора в фиксированном базисе. Действия с векторами в координатной форме.
35. Подпространства линейного пространства. Операции над подпространствами. Теорема о порождении.
36. Теорема о размерности суммы подпространств.
37. Прямая сумма подпространств. Эквивалентные определения прямой суммы подпространств. Размерность прямой суммы подпространств.