

Вопросы к экзамену по алгебре и дискретной математике

1. Билинейные и квадратичные функции. Билинейные и квадратичные формы. Матрица билинейной формы. Конгруэнтные формы и матрицы.
2. Нормальный вид квадратичной формы. Приведение формы к нормальному виду. Единственность нормального вида над полем комплексных чисел.
3. Закон инерции вещественных квадратичных форм.
4. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
5. Приведение вещественной квадратичной формы к главным осям.
6. Универсальные алгебры. Гомоморфизмы и конгруэнции. 1-я и 3-я теоремы об изоморфизмах.
7. Подалгебра универсальной алгебры. 2-я теорема об изоморфизмах. Прямые произведения универсальных алгебр.
8. Полугруппы. Подполугруппы. Подполугруппа, порожденная данным множеством. Гомоморфизмы и конгруэнции подполугрупп.
9. Свободные полугруппы. Моногенные полугруппы.
10. Группы. Подгруппы. Подгруппа, порожденная данным множеством. Циклические группы.
11. Разложение по подгруппе. Теорема Лагранжа.
12. Гомоморфизмы групп и нормальные подгруппы. Теоремы об изоморфизмах для групп.
13. Прямые произведения групп. Разложение групп в прямое произведение.
14. Свободные группы.
15. Кольца. Подкольца. Характеристика кольца.
16. Гомоморфизмы колец и идеалы. Теоремы об изоморфизмах для колец. Кольца без идеалов.
17. Прямые произведения колец. Разложение колец в прямое произведение. Китайская теорема об остатках. Теорема Пирса.
18. Кольцо вычетов. Малая теорема Ферма и теорема Эйлера. Формула для функции Эйлера.
19. Поля. Характеристика поля. Простые поля. Классификация простых полей.
20. Теорема о конечных подгруппах мультипликативной группы поля.
21. Конечные поля. Существование конечных полей Галуа
22. Алгебраические расширения полей. Конечные расширения полей. Алгебраические элементы.
23. Двоичные коды. Кодовое расстояние. Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки.
24. Линейные коды. Вычисление кодового расстояния линейного кода. Порождающая и проверочная матрицы линейного кода. Декодирующий алгоритм линейного кода.
25. Полиномиальные коды. БЧХ-коды с заданным кодовым расстоянием.
26. Упорядоченные множества. Условие минимальности и эквивалентные ему свойства.
27. Вполне упорядоченные множества. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликации Аксиома выбора \Rightarrow Теорема Цермело
28. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликации Теорема Цермело \Rightarrow Теорема Хаусдорфа.
29. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликаций Теорема Хаусдорфа \Rightarrow Лемма Цорна \Rightarrow Аксиома выбора.
30. Применения леммы Цорна. Существование базиса произвольного линейного пространства. Существование алгебраического замыкания произвольного поля.
31. Полурешетки. Эквивалентные определения полурешетки.
32. Решетки. Эквивалентные определения решетки. Принцип двойственности.
33. Модулярные решетки.
34. Дистрибутивные решетки.
35. Решетки с дополнениями. Решетки с относительными дополнениями. Булевы алгебры.
36. Булевы кольца. Связь булевых колец и булевых алгебр. Теорема Стоуна о конечных булевых алгебрах.
37. Булевы функции. Основные операции над булевыми функциями. Представление булевой функции СДНФ и многочленом Жегалкина.

38. Замкнутые и полные классы булевых функций. Теорема Поста.
39. Конечные автоматы. Распознаваемые языки. Пример нераспознаваемого языка.
40. Недетерминированные автоматы. Операции над языками.
41. Теорема Клини о распознаваемых языках.
42. Формальные грамматики. Грамматики, задающие распознаваемые языки. Форма Бэкуса-Науэра.
43. Машина Тьюринга. Примеры программ для Машины Тьюринга.