

Вопросы к экзамену по алгебре и дискретной математике

1. Универсальные алгебры. Гомоморфизмы и конгруэнции. 1-я и 3-я теоремы об изоморфизмах.
2. Подалгебра универсальной алгебры. 2-я теорема об изоморфизмах. Прямые произведения универсальных алгебр.
3. Полугруппы. Подполугруппы. Подполугруппа, порожденная данным множеством. Гомоморфизмы и конгруэнции подполугрупп.
4. Свободные полугруппы. Моногенные полугруппы.
5. Группы. Подгруппы. Подгруппа, порожденная данным множеством. Циклические группы.
6. Разложение по подгруппе. Теорема Лагранжа.
7. Гомоморфизмы групп и нормальные подгруппы. Теоремы об изоморфизмах для групп.
8. Прямые произведения групп. Разложение групп в прямое произведение подгрупп.
9. Китайская теорема об остатках для групп.
10. Свободные группы.
11. Кольца. Подкольца. Характеристика кольца.
12. Левые, правые и двусторонние идеалы. Кольца без собственных идеалов.
13. Гомоморфизмы колец и идеалы. Теоремы об изоморфизмах для колец.
14. Прямые произведения колец. Разложение колец в прямое произведение подколец. Центральные идемпотенты. Теорема Пирса.
15. Китайская теорема об остатках для колец.
16. Кольцо вычетов. Малая теорема Ферма и теорема Эйлера. Формула для функции Эйлера.
17. Двоичные коды. Кодовое расстояние. Коды, обнаруживающие и исправляющие ошибки.
18. Линейные коды. Вычисление кодового расстояния линейного кода. Порождающая и проверочная матрицы линейного кода. Декодирующий алгоритм линейного кода.
19. Полиномиальные коды. BCH-коды с заданным кодовым расстоянием.
20. Упорядоченные множества. Условие минимальности и эквивалентные ему свойства.
21. Вполне упорядоченные множества. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликации Аксиома выбора \Rightarrow Теорема Цермело
22. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликации Теорема Цермело \Rightarrow Теорема Хаусдорфа.
23. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения. Доказательство импликаций Теорема Хаусдорфа \Rightarrow Лемма Цорна \Rightarrow Аксиома выбора.
24. Применения леммы Цорна. Существование базиса произвольного линейного пространства. Существование алгебраического замыкания произвольного поля. Существование максимальных собственных идеалов в кольцах с 1.
25. Полурешетки. Эквивалентные определения полурешетки.
26. Решетки. Эквивалентные определения решетки. Принцип двойственности.
27. Модулярные решетки.
28. Дистрибутивные решетки.
29. Решетки с дополнениями. Решетки с относительными дополнениями. Булевы алгебры.
30. Булевы кольца. Связь булевых колец и булевых алгебр. Теорема Стоуна о конечных булевых алгебрах.
31. Булевы функции. Основные операции над булевыми функциями. Представление булевой функции СДНФ и многочленом Жегалкина.
32. Замкнутые и полные классы булевых функций. Теорема Поста.
33. Конечные автоматы. Распознаваемые языки. Пример нераспознаваемого языка.
34. Недетерминированные автоматы. Операции над языками.
35. Теорема Клини о распознаваемых языках.
36. Машина Тьюринга. Примеры программ для Машины Тьюринга.