Примеры универсальных машин Тьюринга

Обозначим через $UTM(m,n)$ класс универсальных детерминированных машин Тьюринга с m состояниями и n символами ленты (тогда число команд не может превосходить $mn-1$, поскольку должны быть конфигурации, в которых машина останавливается).

Малые универсальные машины Тьюринга были построены уже Шенноном в 1956 г. (машина с двумя состояниями) и Минским в 1962 г. (машина с семью состояниями и четырьмя символами). Вот сводка результатов в этой области:

1. Классы $UTM(2,3)$, $UTM(3,2)$ пусты. (По поводу класса $UTM(2,3)$ есть разногласия, см. `https://bit.ly/2kvxydR`.)

2. Следующие классы не пусты: $UTM(15,2)$, $UTM(9,3)$, $UTM(6,4)$, $UTM(5,5)$, $UTM(4,6)$, $UTM(3,9)$, $UTM(2,18)$.

Таким образом, проблема о существовании универсальной машины остается открытой для 27 классов $UTM(m,n)$.

Приведем несколько конкретных примеров универсальных машин (из $UTM(7,4)$, $UTM(5,5)$ и $UTM(4,6)$). Последний из этих примеров имеет всего 22 команды!

Машины представлены как таблицы: для команды $qa \to q'bD$, где $D \in \{R,L\}$, пишем bDq' на пересечении строки, помеченной q, и столбца, помеченного a. Состояния обозначены через $q_0, q_1, \ldots, q_m$, а символ пробела – через B.

	B	1	a	b
q_0	BLq_0	BLq_0	bRq_1	aLq_0
q_1	$1Rq_1$	BLq_0	bRq_1	$1Rq_4$
q_2	$1Lq_3$	$1Rq_2$	bRq_2	aRq_2
q_3	$1Lq_6$	$1Lq_3$	bLq_3	aLq_3
q_4	bLq_3	$1Rq_4$	bRq_4	aRq_4
q_5	BRq_4	BRq_5	aRq_5	BRq_0
q_6	BRq_2	–	aLq_5	–

	B	0	1	a	b
q_0	bRq_0	$1Rq_0$	$0Lq_0$	$0Rq_1$	BLq_0
q_1	$0Lq_3$	$0Rq_1$	$0Rq_1$	aRq_1	bRq_1
q_2	BRq_4	aLq_3	$0Rq_2$	aRq_2	bRq_2
q_3	bLq_2	$1Lq_3$	$0Rq_1$	aLq_3	bLq_3
q_4	–	–	$1Rq_4$	$1Rq_0$	BRq_4

	B	1	a	b	b'	b''
q_0	$b''Lq_0$	$b''Lq_0$	BRq_3	$b'Rq_0$	bLq_0	BRq_0
q_1	$1Lq_1$	BRq_1	bRq_1	$b'Lq_2$	$b''Rq_1$	$b'Lq_1$
q_2	aRq_0	$1Rq_2$	$1Rq_0$	$b''Rq_3$	bRq_2	–
q_3	aLq_1	BRq_3	bRq_3	aLq_1	$b''Rq_3$	–