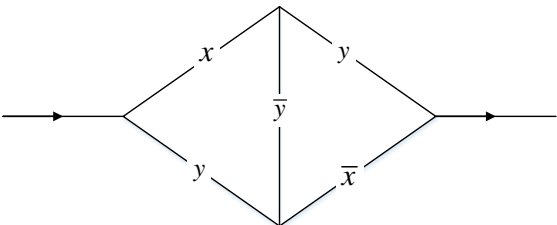


ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным работам по курсу «Математическая логика», IV (VI) семестр для студентов направл. Математика и компьютерные науки. (Математика).

Часть 1. Логика высказываний

№	Условие задачи	Ответы, указания
1. Равносильность формул логики высказываний. Законы формул логики высказываний		
1.1	Равносильны ли формулы $F_1 = (X \rightarrow Y) \rightarrow (X \wedge \neg Y)$ и $F_2 = \neg(X \rightarrow Y)$	Да, равносильны
1.2	Существует ли формула F , такая что G является тождественно истинной $G = (X \rightarrow Y) \rightarrow (X \wedge Z \rightarrow F)$. Найти все такие формулы $F(X, Y)$.	Да, существует, $F(X, Y) \in \{1, X, Y, X \vee Y, XY, X \vee \bar{Y}, \bar{X} \vee Y, XY \vee \bar{X}\bar{Y}\}$
1.3	Выясните, являются ли данные формулы выполнимыми, тождественно истинными (логически общезначимыми) или тождественно ложными (логически противоречивыми)? $((A \Rightarrow B) \Rightarrow B) \Rightarrow B$; $(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$; $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \wedge \neg(A \Rightarrow C)$	Выполнима, не логич. общезн, не противор. Выполнима, не логич. общезн, не противор. Логич. противор., не выполнима, не логич общезнач.
1.4	Преобразуйте формулы при помощи законов логики высказываний к возможно простой форме $(A \Leftrightarrow B) \wedge (\neg A \Leftrightarrow \neg B) \Rightarrow (A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$; $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B \Rightarrow \neg A \vee C)$	1 ; $\neg A$
2. Логическое следование. Анализ рассуждений		
2.1	Является ли формула G логическим следствием формул F_1, F_2 , если $F_1 = \neg X \vee (Y \wedge Z) \Leftrightarrow X, F_2 = X \vee \neg Y, G = X \wedge Y \wedge Z$; $F_1 = \neg X \rightarrow (\neg Y \wedge Z \rightarrow \neg X), F_2 = X \wedge Y \Leftrightarrow Z, G = X \wedge Y$	Да, является. Нет, не является.
2.2	Найдите все неравносильные между собой не тождественно истинные формулы, являющиеся логическим следствием формул $A \Leftrightarrow B, \neg A$; $A \wedge B \Rightarrow C, A \vee B$	
2.3	Найдите все неравносильные между собой не тождественно ложные формулы, для которых следующая формула является логическим следствием $A \vee B \Rightarrow A \wedge B$	

2.4	Найти недостающую посылку, чтобы было верно логическое следование $A \Rightarrow C, B \Leftrightarrow \neg D, F(C, D) \models \neg A \vee \neg B$	
2.5	Проверить логичность рассуждения при помощи логического следования. «Если выиграет тольяттинская «Лада», то Самара будет торжествовать. Если же выиграет саратовский «Кристалл», то торжествовать будет Саратов. Выиграет или «Лада», или «Кристалл». Если выиграет «Лада», то Саратов не будет торжествовать, а если выиграет «Кристалл», то торжествовать не будет Самара. Итак, Самара будет торжествовать тогда и только тогда, когда не будет торжествовать Саратов.»	Да, логично.
3. ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ формул логики высказываний. Минимальная ДНФ, минимальная КНФ формул логики высказываний		
3.1	Привести формулу $(\neg X \vee Y \wedge Z) \rightarrow (Y \vee \neg Z)$ к минимальной ДНФ при помощи законов логики высказываний и к СДНФ (если это возможно). Проверить минимальность ДНФ при помощи карт Карно и минимального покрытия k -гранями булева куба.	$X \vee Y \vee \bar{Z}$ – мин. ДНФ $\bar{X}Y\bar{Z} \vee X\bar{Y}\bar{Z} \vee \bar{X}YZ \vee \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} \vee X\bar{Y}Z \vee XY\bar{Z} \vee XYZ$ – СДНФ
3.2	Привести формулу $(X \wedge \neg Y) \leftrightarrow (X \vee Y \wedge \neg Z)$ к минимальной КНФ и СКНФ. Проверить минимальность КНФ при помощи минимальной ДНФ для отрицания данной формулы.	$(\bar{X} \vee \bar{Y})(\bar{Y} \vee Z)$ – мин. КНФ $(\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z)$ – СКНФ
3.3	Используя карты Карно найти минимальную ДНФ для формулы F: а) $F = (X \vee Y) \wedge (X \vee (\neg Y \wedge \neg X))$ б) $F = (X \rightarrow Y \wedge Z) \wedge (Y \rightarrow Z \wedge X)$ в) $F=1$ тогда и только тогда, когда из X, Y, Z, W больше половины равны 1.	
4. Контактные схемы		
4.1	Упростить мостовую схему 	Y
4.2	Построить минимальную схему с тремя переключателями, которая замыкается тогда и только тогда, когда замкнут либо один, либо два переключателя.	
5. Булевы функции		
5.1	Показать, что булева функция f принадлежит замыканию булевых функций:	

	$f = x \vee y, C = \{\neg x \vee \neg y\},$ $f = x + y + z, C = \{\neg x, xy \vee xz \vee yz\},$ $f = x + y, C = \{x \cdot \neg y, x \vee \neg y\}.$	
5.2	<p>Найти полином Жегалкина для функций: $(x \oplus y) \leftrightarrow \neg x; \max(x, y, z).$ Являются ли они линейными?</p>	
5.3	<p>Являются ли самодвойственными следующие функции: $(x \rightarrow y) \rightarrow z; (x \cdot y) \vee (y \cdot z) \vee (x \cdot z)?$</p>	
5.4	<p>Являются ли монотонными следующие функции: $(x \rightarrow y) \rightarrow z; x \oplus y \oplus z?$</p>	
5.5	<p>Доказать полноту класса K, используя теорему Поста. Образует ли K базис класса всех булевых функций $K = \{ \nu(x \rightarrow y), x \oplus y, \iota(x) \}?$</p>	$\nu(x)$ – обозначение для отрицания x . $\theta(x)$ – обозначение для константы 0. $\iota(x)$ – обозначение для константы 1.
5.6	<p>Выяснить, является ли полной система функций $\{\oplus, \neg\}$. Дополнительно: является ли эта система независимой?</p>	Неполная, независимая ($f_1(x, y)$ не выраж. через $f_2(x)$, $f_2(x)$ не сохр. 0, а $f_1(x, y)$ сохр. \Rightarrow $f_2(x)$ не выраж. через $f_1(x, y)$)
5.7	<p>Доказать полноту класса K, используя сведение к известным полным классам. а) $K = \{ x \rightarrow y, \nu(x) \};$ б) $K = \{ x \vee y, x \oplus y, \iota(x) \}.$</p>	
5.8	<p>Найти количество булевых функций в классах $T_0 \cap T_1, L \cap T_0, S \setminus T_1$</p>	
6. Метод резолюций в логике высказываний		
6.1	<p>Доказать методом резолюций логическое следование $X \rightarrow Y \wedge Z, Y \rightarrow Z_1 \vee Z_2, Z \rightarrow Z_1, \neg Z_1 \models X \rightarrow Z_2$</p>	
6.2	<p>Доказать методом резолюций, что множество ФЛВ невыполнимо (противоречиво): $\{X \rightarrow \neg(Y \wedge Z), T \vee S \rightarrow V, V \rightarrow \neg(U \vee W), \neg X \wedge S \wedge U\}$</p>	
6.3	<p>Доказать логичность рассуждения при помощи метода резолюций. «Если курс рубля растет или процентная ставка банка снижается, то либо цены снижаются, либо налоги не повышаются. Цены снижаются тогда и только тогда,</p>	

	<p><i>когда растет курс рубля и налоги растут. Если процентная ставка банка снижается, то либо цены не снижаются, либо курс рубля не растет. Либо повышаются налоги, либо снижаются цены и процентная ставка банка.»</i></p>	
--	--	--

Список использованной литературы

- 1) В.Б. Репницкий. Лекции по математической логике.
- 2) А.П. Замятин. Математическая логика и теория алгоритмов.
- 3) Ю. Грибер, А. Егоров. Логика.
- 4) А.Д. Гетманова. Логика.
- 5) В.А. Мощенский. Избранные главы дискретной математики.
- 6) А.Х. Назиев, С.А. Моисеев. Математическая логика.
- 7) В.А. Уткевич. Сборник задачи упражнений по математической логике.
- 8) Ю.М. Важенин, Ю.В. Попов. Сборник задач по математической логике.
- 9) В.А. Светлов, Логика. Экзаменационные ответы для студентов.