

Прикладная математика. Контрольная работа 3.

При решении задач важно соблюдать следующие правила:

1. Решение в виде формулы без объяснений будет оценено в 0 баллов
2. Если у вас получилась формула типа $3!C_4^3$, то не нужно считать, следует оставить как есть.
3. Важно указать в решении при написании каждой формулы почему вы ею пользуетесь. Например: в группу требуется набрать 5 человек из возможных 8, это разные люди, порядок внутри группы не важен, поэтому ответ C_8^5 .
4. В каждом задании решаете только свой номер варианта, номер совпадает с номером варианта с предыдущей контрольной.
5. Срок сдачи задания пятница 28 мая. Можно присылать по почте mia21@yandex.ru

Задача 1. Состав игровой колоды карт можно посмотреть на Википедии например.

Сколькими способами из 52 карт можно выбрать **неупорядоченный** набор из 5 карт, в котором было бы ровно

№	Условия
1	1 король, 2 дамы, 1 пиковая карта
2	1 крестовая карта. 2 дамы. нет червей
3	хотя бы 4 крестовые карты, 1 туз
4	3 дамы, 2 крестовые карты
5	1 бубновая карта, 2 крестовых, 1 дама
6	2 бубновые, 2 крестовые карты, 1 туз
7	по крайней мере 4 пиковые карты, 1 дама
8	2 карты чёрной масти, 2 дамы
9	1 туз, 1 валет, 1 карта красной масти
10	3 туза, 3 карты чёрной масти
11	1 дама, 1 карта пик, 2 крестовых карты
12	2 дамы. 2 туза, 1 карта пиковой масти
13	дама и король одной масти, 1 пиковая карта
14	1 король, 2 дамы, 1 карта красной масти
15	не меньше 4 красных карт. 2 туза
16	2 чёрных карты, 1 карта червей, 1 туз
17	3 короля, 2 бубновых карты
18	1 король, 1 дама. 1 крестовая карта
19	2 крестовых карты, 1 бубновая, 1 дама
20	1 бубновая карта, 2 дамы, нет червей
21	3 бубновых карты, 2 дамы, 1 валет
22	2 туза, не меньше 3 пиковых карт
23	2 карты красной масти. 3 туза
24	2 дамы, 1 бубновая карта, 1 пиковая карта
25	1 валет. нет дам. 3 чёрные карты
26	2 туза, по крайней мере 4 красные карты
27	валет и дама чёрной масти, не более 1 туза
28	1 туз, 3 дамы, не больше 2 карт красной масти
29	2 крестовые карты, хотя бы 2 туза
30	2 дамы, 1 король. нет червей

Задача 2. Сколько существует различных перестановок букв слова из левой колонки таких, что выполняется условие из правой колонки?

1	<i>атаман</i>	согласные идут в алфавитном порядке, но буквы "а" не стоят рядом
2	<i>ворон</i>	две буквы "о" не стоят рядом
3	<i>интернирование</i>	согласные и гласные чередуются, гласные идут в алфавитном порядке
4	<i>взбрыкнул</i>	между двумя гласными находятся 3 согласные
5	<i>пастух</i>	между двумя гласными расположены 2 согласные
6	<i>околоток</i>	ровно 3 буквы "о" не идут подряд
7	<i>криминал</i>	пятое и седьмое места заняты согласными
8	<i>переходим</i>	согласные и гласные чередуются
9	<i>перешеек</i>	четыре буквы "е" не идут подряд
10	<i>диктатура</i>	как гласные, так и согласные идут в алфавитном порядке
11	<i>катастрофа</i>	не меняется порядок согласных букв
12	<i>танкетка</i>	запрещено буквосочетание "ант"
13	<i>комитет</i>	гласные не стоят рядом и разделяются буквами "т"
14	<i>парламент</i>	согласные идут в алфавитном порядке, гласные — в порядке, обратном алфавитному
15	<i>диссидент</i>	гласные чередуются с парами согласных
16	<i>полумера</i>	не встречается буквосочетание "мурло"
17	<i>министр</i>	нельзя сказать, что согласные идут в алфавитном порядке
18	<i>передел</i>	в начале и в конце слова стоит согласная буква
19	<i>приватизация</i>	чередуются пары гласных и согласных букв
20	<i>салага</i>	буква "а" идёт непосредственно после "с"
21	<i>президент</i>	согласные идут в алфавитном порядке
22	<i>кишмиш</i>	одинаковые буквы не идут друг за другом
23	<i>полномочия</i>	никакие гласные не стоят рядом
24	<i>логарифм</i>	второе, четвёртое и шестое места заняты согласными
25	<i>ультиматум</i>	между буквами "т" стоят все гласные и только они
26	<i>переворот</i>	не больше одной пары одинаковых букв стоят рядом
27	<i>капитуляция</i>	слово начинается с буквы "а", чередуются гласные и согласные буквы
28	<i>легитимность</i>	не присутствуют буквосочетания "гимн" и "тост"
29	<i>белиберда</i>	между буквами "б" стоит блок из четырёх гласных
30	<i>коммунизм</i>	не встречается сочетание букв "муки"

Задача 3

Найти определитель матрицы порядка n

$$\begin{bmatrix} a & b & 0 & \dots & 0 \\ c & a & b & \dots & 0 \\ 0 & c & a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{bmatrix}$$

Значения параметров по вариантам

	a	b	c
1	5	-2	-3
2	-5	1	6
3	7	2	3
4	-4	1	4
5	4	-4	-1
6	2	-3	1
7	-7	2	3
8	7	6	2
9	-1	-2	6
10	-1	12	1
11	7	-5	-2
12	3	-1	10
13	6	-1	-5
14	-6	9	1
15	5	2	2
16	-3	4	-1
17	3	2	-2

Задача 4.

1. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черные поля шахматной доски так, чтобы при симметрии относительно центра доски цвета всех шашек менялись?
2. У Васи 20 яблок, которые он хочет разложить по 15 корзинам (в корзину яблоки можно не класть). Сколькими способами он может это сделать?
3. Сколько существует перестановок из 6 элементов, в которых на месте окажутся ровно 4 элемента?
4. Рассмотрим равносторонний треугольник со стороной n и треугольную сетку, полученную из равносторонних треугольников со сторонами 1, параллельных сторонам исходного треугольника. Найти количество параллелограммов, образованными сторонами сетки.
5. Сколькими способами можно представить число 30 в виде суммы 9 положительных слагаемых? Порядок слагаемых считать важным.

6. Найдите число перестановок цифр числа 7434276, в которых никакие одинаковые цифры не идут подряд.
7. Сколькими способами можно разбить $2n$ предметов на пары?
8. У мужа 12 знакомых – 5 женщин и 7 мужчин, а у жены – 7 женщин и 5 мужчин (иные, чем у мужа). Сколькими способами можно составить компанию из 6 мужчин и 6 женщин так, чтобы 6 человек пригласил муж и 6 – жена
9. Сколькими способами можно раздать 27 книг лицам А, Б и В так, чтобы А и Б вместе получили вдвое больше книг, чем В?
10. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске 20 белых шашек так, чтобы это расположение не менялось при повороте доски на 90° градусов?
11. Сколькими способами можно расставить 12 белых и 12 черных шашек на черные поля шахматной доски так, чтобы это положение было симметрично относительно центра доски?
12. Сколько существует последовательностей длины n из цифр 1, 2, 3 таких, что цифра 1 в них встречается ровно k раз?
13. Сколько существует последовательностей длины n из цифр 1, 2, 3 в которых содержится хотя бы одна 1 и хотя бы одна 2?
14. Сколько существует различных перестановок элементов множества 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 таких, в которых нет двух подряд идущих троек и нет трех подряд идущих двоек?
15. У Вани есть 9 томов сочинений Пушкина и 7 томов сочинений Чехова. Сколькими способами можно расставить на книжной полке 4 книги Пушкина и 3 книги Чехова из библиотеки Вани?
16. Сколько существует матриц A порядка n с элементами их множества $\{1, 0\}$ таких, что если $a_{ij}=1$, то $a_{ji} \neq 1$ (для всех $i \neq j$)?
17. Сколько существует симметрических матриц порядка n с элементами из множества $\{1, 2, 3\}$?