

Домашняя контрольная работа 1. ПМ-201

Задача 1. Существуют ли множества A,B,X и N,P,E которые удовлетворяют набору условий:

1	$X \setminus B = A \setminus B = \overline{A \cup B} = \emptyset, \overline{B} \neq \emptyset$	$N \setminus E = N \setminus P = \emptyset, E \setminus P \neq \emptyset$
2	$B = \overline{A \cup B} = X \setminus B = \emptyset, \overline{A} \cap \overline{B} \neq \emptyset$	$E \setminus P = N \setminus E = \emptyset, N \setminus P \neq \emptyset$
3	$B \setminus A = A \cap X = \emptyset, B \cap X \neq \emptyset$	$N \cap E = \overline{E \cup N} = \overline{P} = \emptyset, N \neq \emptyset$
4	$B \setminus X = X \setminus A = \emptyset, B \neq \emptyset$	$P \setminus E = N \setminus E = \emptyset, (P \cap E) \setminus N \neq \emptyset$
5	$A \cap B = \overline{A \cup X} = \emptyset, B \setminus X \neq \emptyset$	$P \setminus N = E = N \setminus P = \emptyset, N \neq \emptyset$
6	$A \setminus X = B \setminus A = X \setminus A = \emptyset, B \neq \emptyset$	$P \cap N = (N \setminus P) \setminus E = \emptyset, N \setminus E \neq \emptyset$
7	$A \setminus X = B \setminus A = \overline{A} = \emptyset, \overline{X} \neq \emptyset$	$N \cup E = E \cap P = \emptyset, P \setminus N \neq \emptyset$
8	$A \setminus X = (B \setminus A) \cap X = \emptyset, X \setminus A \neq \emptyset$	$P \cap N = E \setminus P = P \setminus N = \emptyset, E \neq \emptyset$
9	$X \setminus B = (B \setminus A) \cap X = \emptyset, X \setminus A \neq \emptyset$	$E \setminus N = N \cap E = N \setminus P = \emptyset, N \neq \emptyset$
10	$\overline{A} = X \setminus B = B \setminus X = \emptyset, B \neq \emptyset$	$P \setminus N = \overline{P \cup E} = \emptyset, \overline{N} \cap \overline{E} \neq \emptyset$
11	$(X \setminus A) \setminus B = B \setminus A = \overline{X \cup B} = \emptyset, \overline{A} \neq \emptyset$	$N \setminus E = E \setminus P = P \setminus E = \emptyset, E \setminus N \neq \emptyset$
12	$B \setminus X = A \cap X = \emptyset, B \neq \emptyset$	$P \cap N \cap E = N \setminus P = \emptyset, N \cap E \neq \emptyset$
13	$A = X = (B \setminus A) \setminus X = \emptyset, B \neq \emptyset$	$N \setminus P = E \cap P = \emptyset, E \neq \emptyset$
14	$A \cap X = B \setminus A = \emptyset, X \neq \emptyset$	$P \setminus E = N \setminus E = \overline{N \cup E} = \emptyset, \overline{E} \neq \emptyset$
15	$A \setminus B = X \setminus A = \emptyset, X \setminus B \neq \emptyset$	$P \setminus N = N \setminus P = P \setminus E = \emptyset, \overline{E} \neq \emptyset$
16	$A \cap X = \overline{X} \cap \overline{A} = B \setminus A = \emptyset, A \cap B \neq \emptyset$	$N \setminus P = (N \cap P) \setminus E = \emptyset, N \setminus E \neq \emptyset$
17	$B \cap X = \overline{A \cup B} = \emptyset, X \setminus A \neq \emptyset$	$P \setminus E = N \setminus E = N \cap P = \emptyset, P \neq \emptyset$
18	$B \setminus A = B \setminus X = X \setminus B = \emptyset, B \neq \emptyset$	$P \setminus N = N \cap P = \emptyset, P \cap E \neq \emptyset$
19	$X \cap B = (X \setminus B) \setminus A = \emptyset, X \setminus A \neq \emptyset$	$E \Delta P = N \cap E = \emptyset, P \setminus N \neq \emptyset$
20	$A \cap B = X \setminus A = \emptyset, B \setminus A \neq \emptyset$	$N \setminus P = E \setminus N = \overline{N} = \emptyset, \overline{P} \neq \emptyset$
21	$X \setminus B = A \setminus X = \emptyset, A \setminus B \neq \emptyset$	$E = \overline{N \cup E} = P \setminus E = \emptyset, \overline{N} \cap \overline{E} \neq \emptyset$
22	$A \setminus B = A \setminus X = \emptyset, X \setminus B \neq \emptyset$	$E \setminus P = N \setminus P = \overline{N \cup P} = \emptyset, \overline{P} \neq \emptyset$

Задача 2. Пусть A, B, C – произвольные множества, проверить, верно ли равенство, здесь $X \Delta Y = (X \setminus Y) \cup (Y \setminus X)$ симметрическая разность:

1	$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$
2	$A \times C = (A \times (C \cap B)) \cup (A \times C)$
3	$A \times (B \Delta C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (C \cap B))$
4	$A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times C)$
5	$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times (C \setminus B))$
6	$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$
7	$A \times C = (A \times (C \cup B)) \cap (A \times C)$
8	$A \times (C \cap (B \Delta C)) = (A \times C) \Delta (A \times (C \cap B))$

9	$A \times (C \setminus B) = (A \times C) \setminus (A \times (C \cap B))$
10	$A \times (B \cup C) = (A \times (B \Delta C)) \cup (A \times (B \cap C))$
11	$A \times C = (A \times (C \cup B)) \setminus (A \times (B \setminus C))$
12	$A \times (B \cap C) = (A \times C) \setminus (A \times (C \setminus B))$
13	$A \times (B \cap C) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times (B \Delta C))$
14	$A \times (C \setminus B) = (A \times (B \cup C)) \setminus (A \times B)$
15	$B \times A = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times (A \cap C))$
16	$B \times A = (B \times (A \cap C)) \cup (B \times A)$
17	$B \times A = (B \times A) \cup (B \times (A \setminus C))$
18	$B \times (A \cup C) = (B \times (A \setminus C)) \cup (B \times C)$
19	$B \times A = (B \times A) \cap (B \times (A \cup C))$
20	$B \times (A \setminus C) = (B \times A) \setminus (B \times (A \cap C))$
21	$B \times A = (B \times (A \cup C)) \setminus (B \times (C \setminus A))$
22	$B \times (A \cap C) = (B \times A) \setminus (B \times (A \setminus C))$

Задача 3. Пусть $f: X \rightarrow Y$ – отображение. Определите свойства отображений (полнота, функциональность, инъективность и сюръективность), если

1. X – множество многочленов не выше второй степени с действительными коэффициентами. Y – множество действительных чисел. $f: x \rightarrow y$ если y – наименьший корень x .
2. X – множество кругов на плоскости, Y – множество точек плоскости. $f: x \rightarrow y$ если y – центр круга x .
3. $X = (0, +\infty)$, $Y = [-1; 1]$. $f: x \rightarrow y$ если $x^2 < y$
4. X – множество натуральных чисел, Y – множество действительных чисел. $f: x \rightarrow y$ если $y = \ln(x)$ или $y = -\ln(x)$
5. X – множество действительных чисел, Y – множество всех непрерывных на отрезке $[a; b]$ функций. $f: x \rightarrow y$ если x – максимум функции y на отрезке $[a; b]$
6. $X = (0, +\infty)$, Y – множество отрезков на плоскости. $f: x \rightarrow y$ если y – отрезок длины x

7. X – фамилии студентов вашей группы. Y – множество натуральных чисел. $f: x \rightarrow y$ если y – число букв в фамилии x
8. X – множество окружностей на плоскости. Y – множество действительных чисел. $f: x \rightarrow y$ если окружность x имеет длину y .
9. X – функции, определенные на отрезке $[0;1]$, Y – множество действительных чисел. $f: x \rightarrow y$ если y ордината максимума функции x
10. X – множество пар действительных чисел, Y – множество натуральных чисел. $f: (x,y) \rightarrow z$ если $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
11. X – множеств натуральных чисел, Y – жители Екатеринбурга. $f: x \rightarrow y$ если год рождения y совпадает с числом x
12. $X = \mathbb{R}$, $Y = \mathbb{R}^3$. $f: x \rightarrow (a,b,c)$ если $x = \max(a,b,c)$
13. X – окружности на плоскости, Y – прямые на плоскости. $f: x \rightarrow y$ если окружность x касается прямой y
14. T – множество всех подмножеств множества натуральных чисел, $X = T^2$, $Y = T$. $f: (A,B) \rightarrow A \setminus B$
15. X – пары окружностей на плоскости, Y – точки плоскости. $f: (x_1, x_2) \rightarrow y$ если y – точка пересечения окружностей x_1 и x_2 .
16. $X = [0;1]$, $Y = \mathbb{R}^2$. $f: x \rightarrow (x,y)$ если $x^2 + y^2 = 1$
17. T – множество всех подмножеств множества натуральных чисел, $X = T$, $Y = T^2$, $f: D \rightarrow (A,B)$ если $A \cup B = D$
18. X – пары прямых на плоскости, Y – точки плоскости. $f: (x_1, x_2) \rightarrow y$ если y – точка пересечения прямых x_1 и x_2 .

Задача 4.

1. Пусть V – множество всех конечных последовательностей (слов) из 0 и 1. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ тогда и только тогда, когда существуют (возможно пустые) слова $v_1, v_2 \in V$ такие, что $v = v_1 u v_2$. Постройте диаграмму для подмножества $S = \{11, 10, 0011, 1001, 1100, 110011\}$. Найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьше элементы в S .
2. Пусть $V = \{(a_1, a_2, a_3, a_4) \in \{0,1\}^4 \mid a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \text{ – четно}\}$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2, a_3, a_4) \ll (b_1, b_2, b_3, b_4)$ тогда и только тогда, когда $a_i \leq b_i$, где $i=1..4$. Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьше элементы.
3. Пусть $V = \{1, 2, 3\}^2$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2) \ll (b_1, b_2)$ тогда и только тогда, когда $a_1 \leq b_1$ и $a_2 \leq b_2$. Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьше элементы.

4. Пусть V – множество слов русского языка. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ если слово u может быть получено из v удалением какого-то (возможно пустого) множества букв. Постройте диаграмму для множества слов, наибольшим элементом среди которых является слово «математика». Найдите минимальные и наименьшие элементы в этом ч.у.м.
5. Пусть V - множество всех конечных последовательностей (слов) из 0 и 1. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ тогда и только тогда, когда существуют (возможно пустые) слова $v_1, v_2 \in V$ такие, что $v = v_1 u v_2$. Постройте диаграмму для подмножества $S = \{111, 110, 001, 10101, 1110011\}$. Найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы в S .
6. Пусть $V = \{(a_1, a_2, a_3, a_4) \in \{0, 1\}^4 \mid a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \text{ – нечетно}\}$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2, a_3, a_4) \ll (b_1, b_2, b_3, b_4)$ тогда и только тогда, когда $a_i \leq b_i$, где $i = 1..4$. Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
7. Пусть $V = \{1, 2, 4\}^2$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2) \ll (b_1, b_2)$ тогда и только тогда, когда a_1 делит b_1 и a_2 делит b_2 . Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
8. Пусть V – множество слов русского языка. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ если слово u может быть получено из v удалением какого-то (возможно пустого) множества букв. Постройте диаграмму для множества слов, наибольшим элементом среди которых является слово «диаграмма». Найдите минимальные и наименьшие элементы в этом ч.у.м.
9. Пусть V - множество всех конечных последовательностей (слов) из 0 и 1. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ тогда и только тогда, когда существуют (возможно пустые) слова $v_1, v_2 \in V$ такие, что $v = v_1 u v_2$. Постройте диаграмму для подмножества $S = \{1, 00, 0011, 1001, 1100, 110101\}$. Найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы в S .
10. Пусть $V = \{2, 3, 6\}^2$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2) \ll (b_1, b_2)$ тогда и только тогда, когда a_1 делит b_1 и a_2 делит b_2 . Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
11. Пусть $V = \{0, 1\}^3$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2, a_3) \leq (b_1, b_2, b_3)$ тогда и только тогда, когда $a_1 \leq b_1$, $b_2 \leq a_2$,

- $a_3 \leq b_3$. Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
12. Пусть V – множество слов русского языка. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ если слово u может быть получено из v удалением какого-то (возможно пустого) множества букв. Постройте диаграмму для множества слов, наибольшим элементом среди которых является слово «множество». Найдите минимальные и наименьшие элементы в этом ч.у.м.
 13. Пусть V – множество всех конечных последовательностей (слов) из 0 и 1. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ тогда и только тогда, когда существуют (возможно пустые) слова $v_1, v_2 \in V$ такие, что $v = v_1 u v_2$. Постройте диаграмму для подмножества $S = \{00, 001, 10101, 1100, 101001\}$. Найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы в S .
 14. Пусть $V = \{2, 3, 4\}^2$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2) \ll (b_1, b_2)$ тогда и только тогда, когда a_1 делит b_1 и a_2 делит b_2 . Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
 15. Пусть $V = \{0, 1\}^3$. На множестве V рассмотрим отношение порядка: $(a_1, a_2, a_3) \leq (b_1, b_2, b_3)$ тогда и только тогда, когда $b_1 \leq a_1$, $a_2 \leq b_2$, $b_3 \leq a_3$. Постройте диаграмму и найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы.
 16. Пусть V – множество слов русского языка. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ если слово u может быть получено из v удалением какого-то (возможно пустого) множества букв. Постройте диаграмму для множества слов, наибольшим элементом среди которых является слово «космонавтика». Найдите минимальные и наименьшие элементы в этом ч.у.м.
 17. Пусть V – множество всех конечных последовательностей (слов) из 0 и 1. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ тогда и только тогда, когда существуют (возможно пустые) слова $v_1, v_2 \in V$ такие, что $v = v_1 u v_2$. Постройте диаграмму для подмножества $S = \{0, 01, 1001, 1010, 101011\}$. Найдите минимальные, максимальные, наибольшие и наименьшие элементы в S .
 18. Пусть V – множество слов русского языка. Рассмотрим отношение \leq на V такое, что $u \leq v$ если слово u может быть получено из v удалением какого-то (возможно пустого) множества букв. Постройте диаграмму для множества слов, наибольшим элементом среди которых является

слово «программист». Найдите минимальные и наименьшие элементы в этом ч.у.м.