Теорема об общем решении ОЛДУ с постоянными коэффициентами

Теорема. Пусть для ОЛДУ с пост. коэфф.

$$\boxed{y'' + a_1 y' + a_2 y = 0}$$

λ_1, λ_2 – корни характер. уравнения

$$\boxed{\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0}$$

Тогда возможно три случая:

1) если λ_1, λ_2 – действительные и $\lambda_1 \neq \lambda_2$,

то $y_1 = e^{\lambda_1 x}, y_2 = e^{\lambda_2 x}$ – ФСР и

$y_0 = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$ – общее решение

2) если λ_1, λ_2 – действительные и $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$,

то $y_1 = e^{\lambda x}, y_2 = x e^{\lambda x}$ – ФСР и

$y_0 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 x e^{\lambda x}$ – общее решение

3) если $\lambda_{1,2} = \alpha \pm \beta i$ – комплексно-сопряженные

то $y_1 = e^{\alpha x} \cos \beta x$, $y_2 = e^{\alpha x} \sin \beta x$ – ФСР

$y_0 = C_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + C_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$ – общ. реш.