

Исследование монотонности и выпуклости функции по ее производной

Разбор примера

Курс «МАТЕМАТИКА», II семестр, ДФиПХ

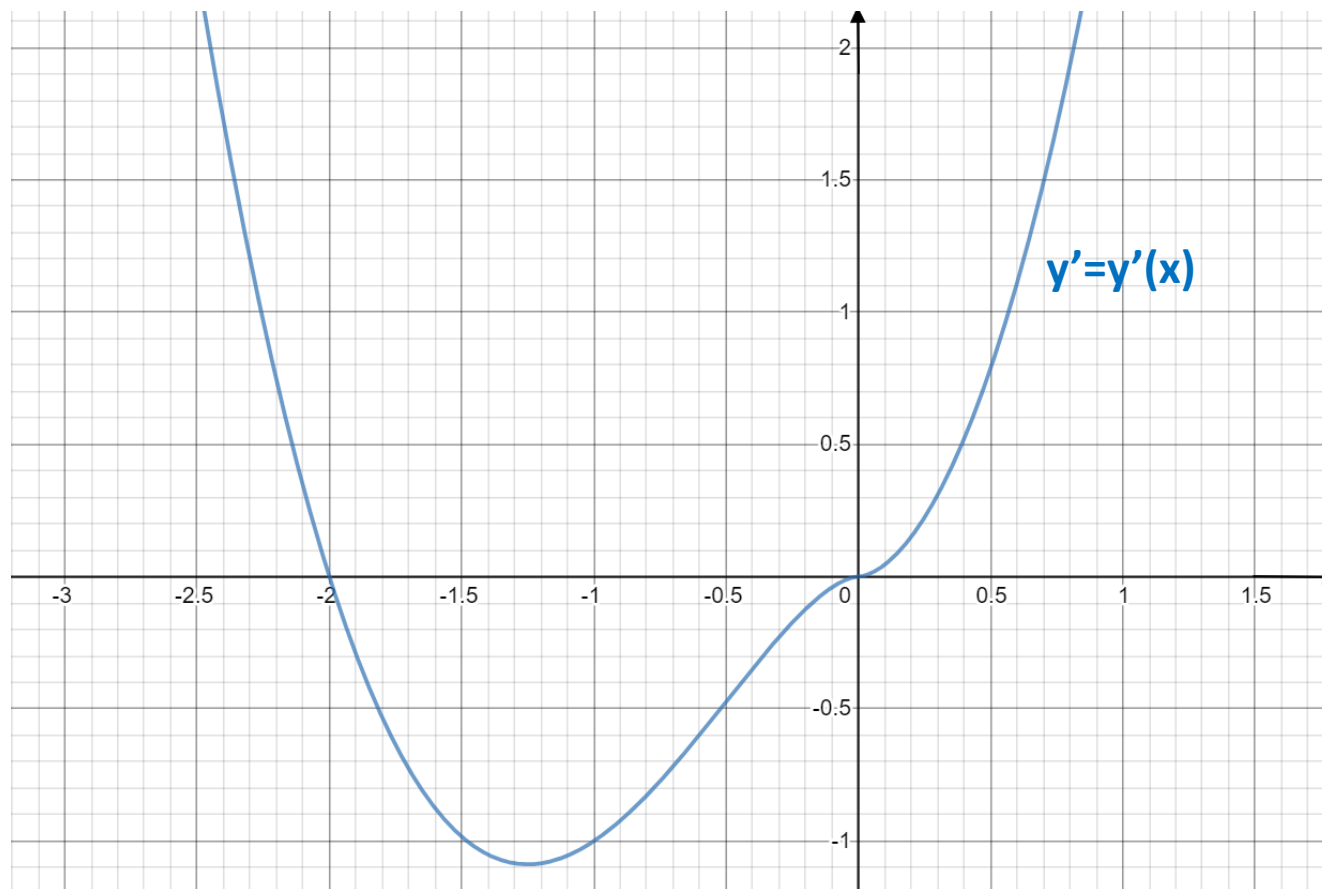
Лекторы к.ф.-м.н., доцент Нагребецкая Ю.В.,

к.ф.-м.н., доцент Перминова О.Е.

2021 г.

На рисунке изображен график производной $y'=y'(x)$ функции $y=y(x)$.

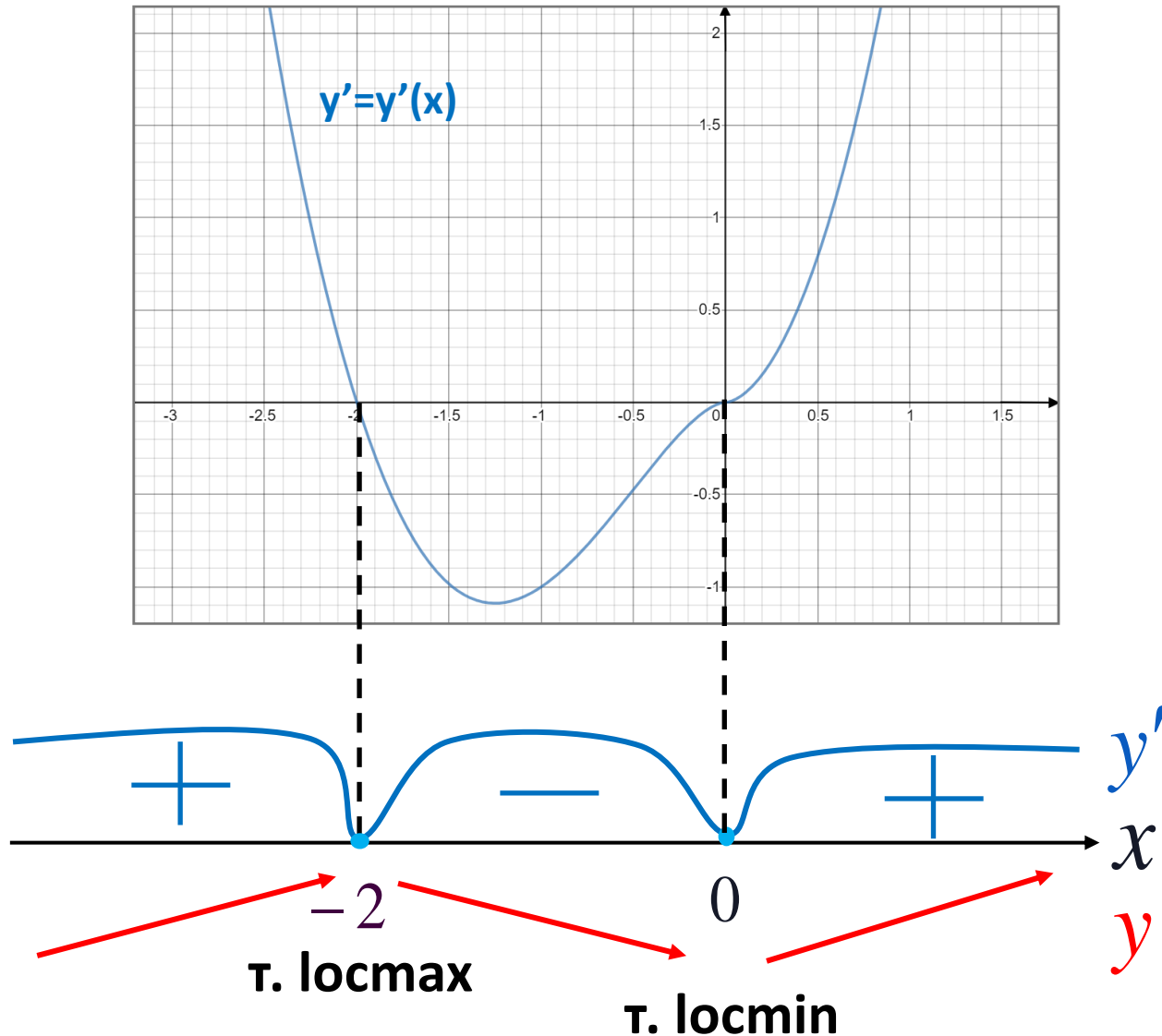
1. Найти промежутки монотонности функции $y=y(x)$.
2. Найти точки экстремума функции $y=y(x)$.
3. Найти приблизительно промежутки выпуклости (вогнутости) функции $y=y(x)$.
4. Найти приблизительно точки перегиба функции $y=y(x)$.
5. Перерисовать график функции $y'=y'(x)$ и изобразить схематично в той же системе координат график функции $y=y(x)$, учитывая, что $y(0)=0$.



Решение

1. Найдем по графику промежутки знакопостоянства производной $y'=y'(x)$ функции $y=y(x)$

2. Найдем промежутки монотонности функции $y=y(x)$, учитывая, что $y(x)$ возрастает (убывает) тогда и только тогда, когда $y'(x)>0$ ($y'(x)<0$).

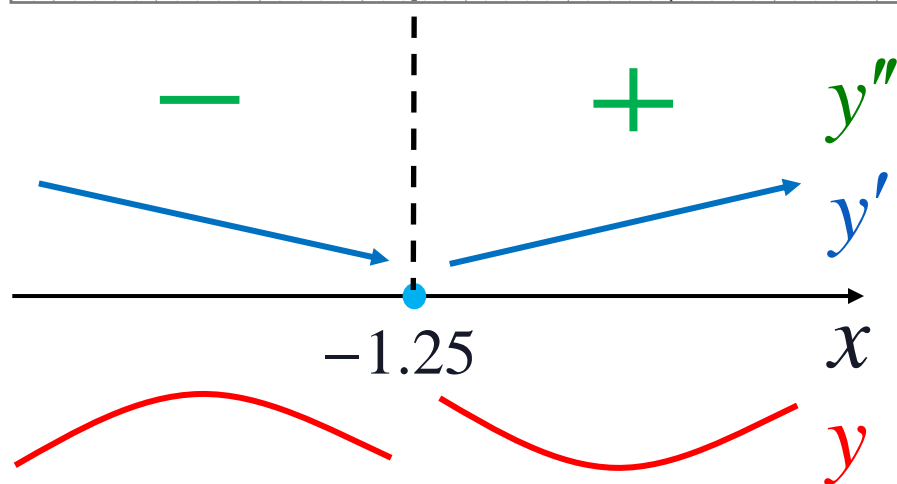
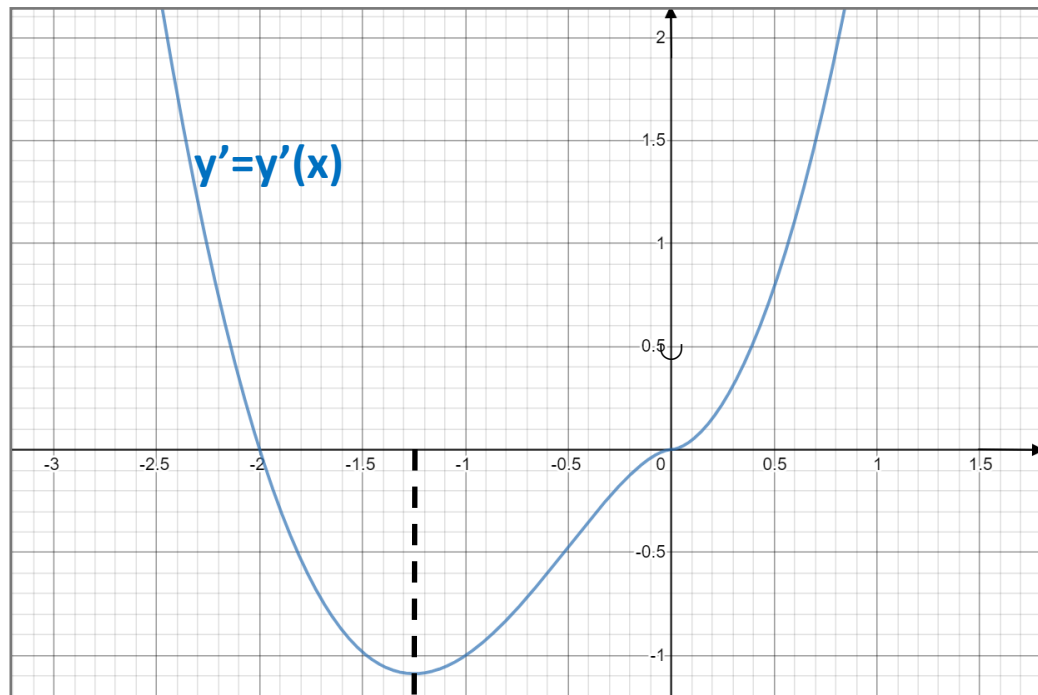


1, 2. Промежутки монотонности и точки экстремума функции $y=y(x)$.

1) $y \uparrow$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
 $y \downarrow$ при $x \in (-2; 0)$

2) $x = -2$ – точка locmax

$x = 0$ – точка locmin



1. Найдем по графику приблизительно промежутки возрастания и убывания производной $y'=y'(x)$ функции $y=y(x)$

2. Найдем промежутки знакопостоянства второй производной $y''=y''(x)$, учитывая, что $y''(x)>0$ ($y''(x)<0$) тогда и только тогда, когда $y'(x)$ возраст. (убывает).

3. Найдем промежутки выпуклости (вогнутости) функции $y=y(x)$, учитывая, что $y''(x)>0$ ($y''(x)<0$) тогда и только тогда, когда $y(x) \cup$ ($y(x) \cap$).





3,4. Промежутки монотонности и точки экстремума функции $y=y(x)$.

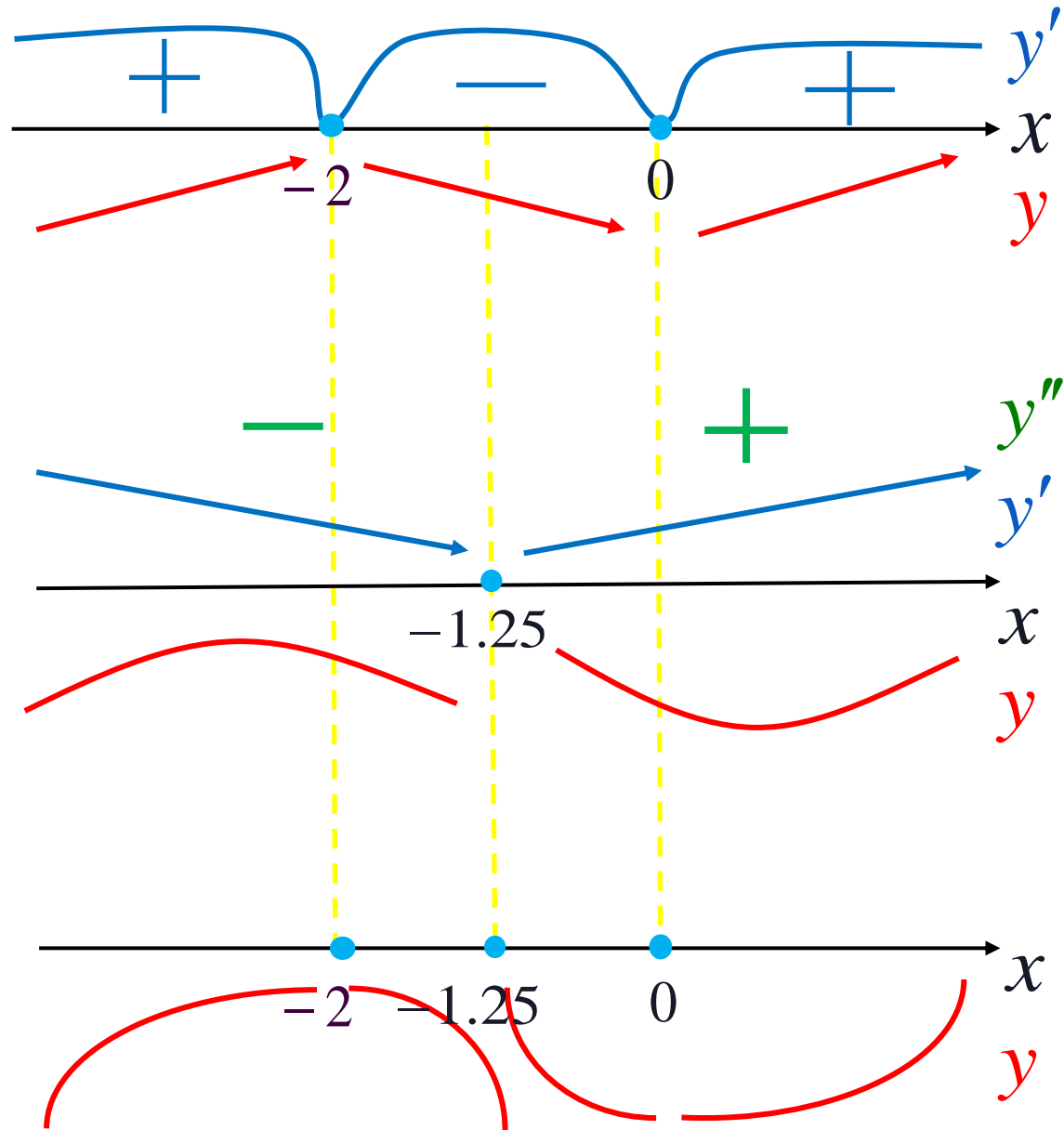
3) $y \cup$ при $x \in (-1.25; +\infty)$

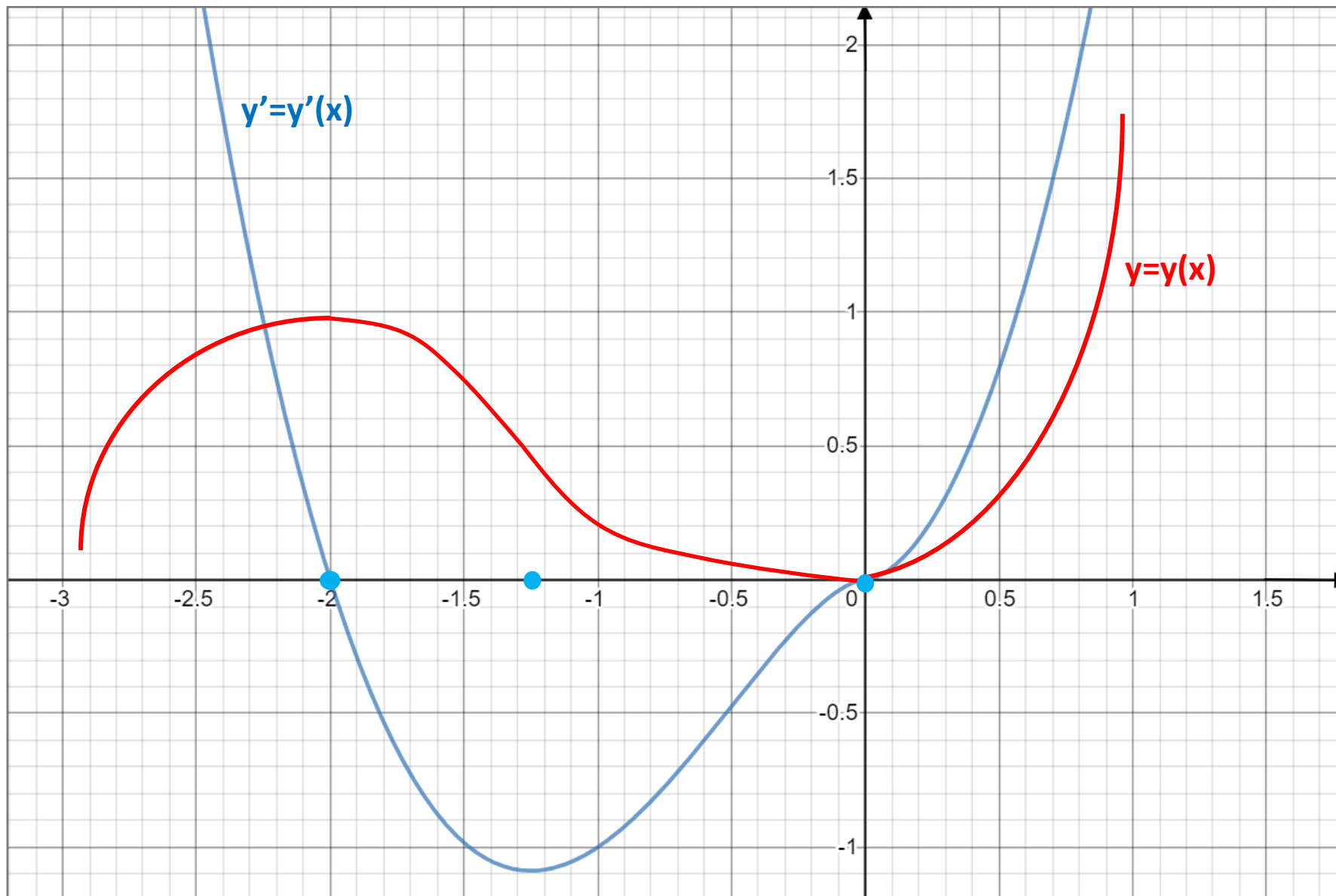
$y \cap$ при $x \in (-\infty; -1.25)$

4) $x = -1.25$ – точка перегиба

Вид графика функции в окрестности точки в зависимости от знака первой и второй производных

	$y'' > 0$	$y'' < 0$
$y' > 0$		
$y' < 0$		





Выводы

- 1) $y \uparrow$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
 $y \downarrow$ при $x \in (-2; 0)$
- 2) $x = 0$ – точка locmin
 $x = -2$ – точка locmax
- 3) $y \cup$ при $x \in (-1.25; +\infty)$
 $y \cap$ при $x \in (-\infty; -1.25)$
- 4) $x = -1.25$ – точка перегиба
- 5)

