

**ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным по курсу
«Математика», II семестр. Часть 4 «Функции нескольких переменных.»**

Найти частные производные и полные дифференциалы функций:

1) $z = x^y$ (№3046 Берман)

2) $z = xy + 3x^2y - 5xy^3 + x - 3 - y^2$

3) $u = x^{yz}$ (№3068 Берман)

4) $z = e^{-\frac{x}{y}}$ (№3051 Берман)

5) $z = xye^{\sin \pi xy}$ (№3073) Берман

6) $u = xyz$ (№3059 Берман)

7) $u = e^{x(x^2+y^2+z^2)}$ (№3064 Берман)

8) $u = y \ln(xyz)$

9) $u = x \sin(xyz)$

10) $u = 2z \arccos(xyz)$

11) $u = 3 \operatorname{arctg}(x^2y + xz^2)$

12) Выполнить задание:

$u = \sqrt{\sin^2 x + \sin^2 y + \sin^2 z}$. Найти $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0 \\ z=\pi/4}}$ (№3088 Берман)

13) $u = \ln(1 + x + y^2 + z^3)$. Найти $u_x + u_y + u_z$ при $x = y = z = 1$. (№ 3089 Берман)

14) $z = x^3y - y^3x$. Найти $\left. \frac{\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial f}{\partial y}} \right|_{\substack{x=1 \\ y=2}}$ (№ 3090 Берман)

15) $u = \ln(1 + x + y^2 + z^3)$. Найти $u_x + u_y + u_z$ при $x = y = z = 1$. (№ 3089 Берман)

16)

$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2xz}$; $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = ?$ (№3193 Берман)

17)

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; показать, что $\frac{\partial^2 r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = \frac{2}{r}$, (№3203 Берман)

18)

Дана функция двух переменных: $9 \cdot x \cdot y + 9 \cdot x + 4 \cdot y$.

Найдите значение частной производной: $f'_x(-4, 4)$.

19)

Дана функция двух переменных: $6 \cdot x \cdot y + 2 \cdot x + 6 \cdot y$.

Найдите значение частной производной: $f'_y(-1, 3)$.

Градиент, уравнения касательных плоскостей и нормалей к поверхности.

20)

Дана функция двух переменных: $8 \cdot x \cdot y + 3 \cdot x + 4 \cdot y$.

Найдите градиент в точке $(-3; 3)$.

Ответ: $[(27; -20)]$

21) Для данных поверхностей найти уравнения касательных плоскостей и нормалей в указанных точках. Написать координаты нормального вектора касательной плоскости (направляющего вектора нормали).

$$z = 2x^2 - 4y^2 \text{ в точке } (2, 1, 4) \text{ (Берман 3410)}$$

$$z = xy \text{ в точке } (1, 1, 1) \text{ (Берман 3411)}$$

$$z = \frac{x^3 - 3axy + y^3}{a^2} \text{ в точке } (a, a, -a) \text{ (Берман 3412)}$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy \text{ в точке } (3, 4, -7) \text{ (Берман 3413)}$$

$$z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \text{ в точке } \left(1; 1; \frac{\pi}{4}\right) \text{ (Берман 3414)}$$

22) Найти координаты точки касания $M_0(x_0, y_0)$, в которой касательная плоскость к поверхности

$$z = \frac{x^4}{y^2} \text{ параллельна плоскости } 64x + 64y + 2z - 2 = 0. \text{ Ответ: } M_0(-2, 1).$$

23) Найти координаты точки касания $M_0(x_0, y_0)$, в которой нормаль к поверхности $z = \frac{x^3}{y^3}$

$$\text{параллельна прямой } \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}. \text{ Ответ: } M_0(-1, -1).$$

Использовались учебные пособия

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебн. пособие для студентов вузов. В 2-х ч. Ч. I.-4-е изд.,испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1986.-304 с., ил.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. Изд. 20. М.: «Наука», 1985
3. Генератор задач для студентов. ССЫЛКА: <http://generatorzadach.1gb.ru/>