

ЗАДАЧИ для подготовки к контрольным, проверочным и самостоятельным работам по курсу «Математика», I семестр. Часть 2.

Прямая на плоскости

№	Условие задачи	Ответ
1	Первая прямая проходит через точки $A = (3, 2)$ и $B = (2, 1)$. Вторая прямая проходит через точки $C = (19, 13)$ и $D = (22, 15)$. Найдите координаты точки пересечения этих прямых.	$[(4, 3)]$
2	Найти: (1) общее уравнение прямой, проходящей через точку $A = (-4, 6)$ перпендикулярно вектору $\vec{\alpha} = (8, 6)$. (2) Найти расстояние от этой прямой до точки $B = (3, 5)$. (3) Записать уравнение этой прямой в виде $y = k \cdot x + b$.	$[8 \cdot x + 6 \cdot y - 4 = 0,$ $d = 5, y = \frac{-4}{3} \cdot x + \frac{2}{3}]$
3	Найти координаты всех вершин параллелограмма, если известны координаты одной вершины $A = (-10, -4)$ и уравнения двух его сторон: $-1 \cdot x + 3 \cdot y = 0$ и $2 \cdot x - 4 \cdot y + 6 = 0$.	$[(-6, -2), (-13, -5), (-9, -3)]$
4	Дана прямая $y = \frac{-7}{4} \cdot x - \frac{39}{4}$ (1) Записать общее уравнение этой прямой, (2) найти уравнение перпендикулярной прямой, проходящей через точку $(-2, 10)$, (3) найти точку пересечения этих прямых.	$[(-9, 6)]$
5	Даны координаты двух вершин треугольника $(2; -8)$, $(34; 8)$ и точки пересечения высот $(14; -12)$. Найти координаты третьей вершины треугольника.	$[(22; -28)]$
6	Составить уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок $b = -3$ и образующей с положительным направлением оси абсцисс угол $\alpha = \pi/6$.	$x - \sqrt{3}y - 3\sqrt{3} = 0$
7	Определить площадь треугольника, образованного прямой $4x + 3y - 36 = 0$ с осями координат. Указание: использовать уравнение прямой в отрезках.	54
8	Определить острый угол между прямыми $y = -3x + 7$ и $y = 2x + 1$.	45°
9	Определить расстояние между параллельными прямыми $3x + y - 3\sqrt{10} = 0$ и $6x + 2y + 5\sqrt{10} = 0$.	5,5

Использовалось учебное пособие

Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я.

Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для студентов вузов. В 2-х ч. Ч. I.— 4-е изд., испр. и доп.— М.: Высш. шк., 1986.—304 с., ил.

Прямая и плоскость в пространстве

№	Условие задачи	Ответ
10	При каком значении z вектор $(3; 1; z)$ параллелен плоскости $2 \cdot x - 10 \cdot y + 2 \cdot z - 2 = 0$.	2
11	При каком значении z точка $(4; 4; z)$ лежит на плоскости $6 \cdot x - 4 \cdot y + 3 \cdot z - 14 = 0$.	2
12	Найти расстояние от точки $A = (-5, -4, -5)$ до плоскости, проходящую через точку $B = (2, -7, 6)$ перпендикулярно вектору $\vec{a} = (-2, 2, 1)$.	3
13	<p>Определить, при каких значениях l и m следующие пары уравнений будут определять параллельные плоскости:</p> <p>1) $2x + ly + 3z - 5 = 0, \quad mx - 6y - 6z + 2 = 0;$ 2) $3x - y + lz - 9 = 0, \quad 2x + my + 2z - 3 = 0;$ 3) $mx + 3y - 2z - 1 = 0, \quad 2x - 5y - lz = 0.$</p>	1) $l = 3, \quad m = -4;$ 2) $l = 3, \quad m = -\frac{2}{3};$ 3) $l = -3\frac{1}{3}, \quad m = -1\frac{1}{5}$
14	<p>Определить двугранные углы, образованные пересечением следующих пар плоскостей:</p> <p>1) $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0, \quad x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0;$ 2) $3y - z = 0, \quad 2y + z = 0;$</p>	1) $\frac{1}{3}\pi$ 2) $\frac{1}{4}\pi$
15	<p>Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_1(1; -1; -3)$ параллельно:</p> <p>1) вектору $\mathbf{a} = \{2; -3; 4\}$; 2) прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{0}$; 3) прямой $x = 3t - 1, \quad y = -2t + 3, \quad z = 5t + 2.$</p>	
16	Найдите координаты точки пересечения плоскости, проходящей через точки $A = (1; 3; 4), B = (-1; 5; 2), C = (-1; 5; 3)$ с прямой, проходящей через точки $D = (-8; 7; -2), E = (22; -13; 18)$.	$[(7; -3; 8)]$
17	Найти координаты проекции точки $A = (6, -1, -2)$ на плоскость, заданную уравнением $-2 \cdot x + 3 \cdot y - 2 \cdot z - 6 = 0$.	$[(4, 2, -4)]$
18	Найти координаты точки, симметричной точке $A = (-7, -4, 9)$ относительно плоскости, заданной уравнением $-2 \cdot x - 2 \cdot y + 3 \cdot z + 2 = 0$.	$[(5, 8, -9)]$
19	Найти каноническое и параметрическое уравнения прямой, заданной пересечением двух плоскостей $2x - y + 3z - 1 = 0, 5x + 4y - z - 7 = 0$.	$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{1}$
20	<p>Определить косинус угла между прямыми:</p> $\begin{cases} x - y - 4z - 5 = 0, \\ 2x + y - 2z - 4 = 0; \end{cases} \begin{cases} x - 6y - 6z + 2 = 0, \\ 2x + 2y + 9z - 1 = 0. \end{cases}$	$\frac{4}{21}$
21	Доказать, что прямые, заданные параметрическими уравнениями $x = 2t - 3, y = 3t - 2, z = -4t + 6$ и $x = t + 5, y = -4t - 1, z = t - 4$, пересекаются.	

22	Первая прямая проходит через точки $A = (3, 2)$ и $B = (2, 1)$. Вторая прямая проходит через точки $C = (19, 13)$ и $D = (22, 15)$. Найдите координаты точки пересечения этих прямых.	$[(4, 3)]$
23	Найти координаты проекции точки $A = (0, -8, -3)$ на прямую, проходящую через точки $B = (-3, -3, 1)$ и $C = (-4, 0, 2)$.	$[(-1, -9, -1)]$
24	Найти координаты точки, симметричной точке $A = (4, 4, -5)$ относительно прямой, проходящей через точки $B = (1, -1, -4)$ и $C = (2, 1, -3)$.	$[(2, 2, 1)]$
25*	Первая прямая проходит через точки с координатами $(-5, 4, 3)$ и $(-14, 10, 3)$. Вторая прямая проходит через точки с координатами $(-1, 1, 4)$ и $(0, 0, 3)$. Третья прямая проходит через точку с координатами $(-1, 1, 3)$ и пересекает первую и вторую прямую. Найти координаты точки пересечения первой и третьей прямой.	$[(-2, 2, 3), (0, 0, 3)]$

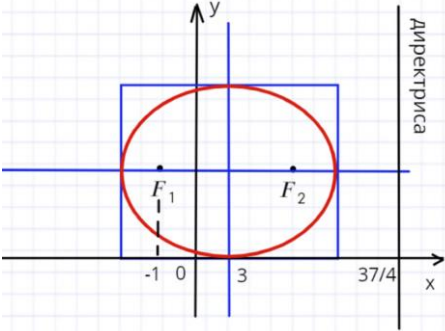
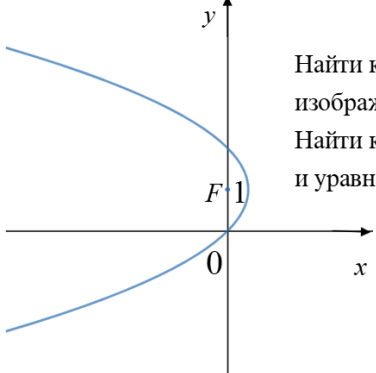
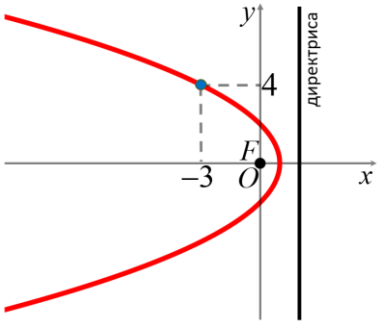
Использовалось учебное пособие

Давид Викторович Клетеник

Сборник задач по аналитической геометрии

М., 1980 г., 240 стр. с илл.

Кривые второго порядка

№	Условие задачи	Ответ
26	Установить, что следующее уравнение $25x^2 + 16y^2 - 100x + 32y - 284 = 0$ определяет кривую второго порядка. Найти координаты её центра (для эллипса и гиперболы), вершин, найти эксцентриситет; уравнения директрис, уравнения асимптот (для гиперболы) (можно в новой системе координат). Изобразить всё это на чертеже.	$\frac{1}{16}(x-2)^2 + \frac{1}{25}(y+1)^2 = 1$
27	Установить, что следующее уравнение $9x^2 - 16y^2 + 18x + 64y - 199 = 0$ определяет кривую второго порядка. Найти координаты её центра (для эллипса и гиперболы), вершин, найти эксцентриситет; уравнения директрис, уравнения асимптот (для гиперболы) (можно в новой системе координат). Изобразить всё это на чертеже.	$\frac{1}{16}(x+1)^2 - \frac{1}{9}(y-2)^2 = 1$
28	Установить, что следующее уравнение $y = -\frac{1}{6}x^2 + 2x - 7$ определяет кривую второго порядка. Найти координаты её центра (для эллипса и гиперболы), вершин, найти эксцентриситет; уравнения директрис, уравнения асимптот (для гиперболы) (можно в новой системе координат). Изобразить всё это на чертеже.	$y - 13 = -\frac{1}{6}(x + 6)^2$
29	 <p>Написать уравнение эллипса, изображенного на рисунке, найти координаты его фокусов и уравнение левой директрисы.</p>	$\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
30	Уравнение одной из асимптот гиперболы $3x - 4y = 0$, а уравнения директрис $y = \frac{36}{5}$, $y = 0$. Написать уравнение гиперболы, найти эксцентриситет, координаты фокусов и уравнение другой асимптоты.	$\frac{\left(x - \frac{24}{5}\right)^2}{64} - \frac{\left(y - \frac{18}{5}\right)^2}{36} = -1$
31	 <p>Найти каноническое уравнение параболы, изображенной на рисунке. Найти координаты вершины, фокальный параметр и уравнение директрисы.</p>	$y^2 + 2x - 2y = 0$
32	 <p>Написать уравнение параболы, изображенной на рисунке. Найти уравнение ее директрисы.</p>	$y^2 + 4x - 4 = 0$