

Справочные материалы по математике

Тригонометрические формулы

Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Формулы суммы и разности

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \cdot \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Формулы половинного аргумента

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Квадрат разности $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Разность квадратов $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Куб суммы $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Куб разности $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Сумма кубов $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Разность кубов $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Разность $a^4 - b^4$ $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$	$\sin(\pi + a) = -\sin a$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\cos a$	$\sin(2\pi + a) = \sin a$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$	$\cos(\pi + a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = \sin a$	$\cos(2\pi + a) = \cos a$
$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\operatorname{ctg} a$	$\operatorname{tg}(\pi + a) = \operatorname{tg} a$	$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\operatorname{ctg} a$	$\operatorname{tg}(2\pi + a) = \operatorname{tg} a$
$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\operatorname{tg} a$	$\operatorname{ctg}(\pi + a) = \operatorname{ctg} a$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + a\right) = -\operatorname{tg} a$	$\operatorname{ctg}(2\pi + a) = \operatorname{ctg} a$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$	$\sin(\pi - a) = \sin a$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\cos a$	$\sin(2\pi - a) = -\sin a$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$	$\cos(\pi - a) = -\cos a$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = -\sin a$	$\cos(2\pi - a) = \cos a$
$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \operatorname{ctg} a$	$\operatorname{tg}(\pi - a) = -\operatorname{tg} a$	$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = \operatorname{ctg} a$	$\operatorname{tg}(2\pi - a) = -\operatorname{tg} a$
$\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \operatorname{tg} a$	$\operatorname{ctg}(\pi - a) = -\operatorname{ctg} a$	$\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) = \operatorname{tg} a$	$\operatorname{ctg}(2\pi - a) = -\operatorname{ctg} a$

Формулы тригонометрии

Основное
тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} & \operatorname{tga} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} & \operatorname{ctga} &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctga} &= 1 \end{aligned}$$

Двойные углы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Синус суммы, косинус разности...

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg} (\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tga} \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tga} \operatorname{tg} \beta}$$

Сумма синусов, разность косинусов...

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}$$

Преобразование произведения в сумму

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)$$

$$2 \sin \alpha \sin \beta = \cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)$$

$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)$$

Универсальная тригонометрическая замена

Пусть $t = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$. Тогда $\sin \alpha = \frac{2t}{1+t^2}$

$$\cos \alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\operatorname{tga} = \frac{2t}{1-t^2}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

Тройные углы

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \quad \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$