Отзыв

о переработанном варианте статьи X. X. Xxxxxx

«Zzzzzz zzzzzz zzz zzzzzzzzz»

Следуя Y. Y. Yyyyyy, автор называет полугруппу *полной*, если она не допускает гомоморфизмов на нетривиальные полугруппы, принадлежащие минимальным полугрупповым многообразиям. Автор говорит, что полугруппа S *обладает полным радикалом*, если на S имеется такая конгруэнция ρ, что ρ-классы, являющиеся подполугруппами, суть в точности максимальные полные подполугруппы в S. Основной результат работы характеризует псевдомногообразия, все полугруппы которых обладают полным радикалом.

В исходном варианте статьи формулировка и доказательство основного результата содержали неточности, которые теперь устранены. Кроме того, автор дополняет характеризацию псевдомногообразий с исследуемым свойством условием, выраженным на языке «запрещенных делителей».

В его теперешней формулировке результат работы выглядит достаточно содержательным. Считаю, что он вполне заслуживает опубликования. Однако изложение пока далеко от оптимального и, на мой взгляд, текст статьи требует существенной доработки, главным образом, в плане улучшения его организации.

Уточню свои претензии к тексту.

Введение. Первый абзац введения представляет собой обзор работ автора по сходной проблематике. Поскольку ни одно из фигурирующих в нем понятий (полнота, редуцированность, расщепляемость) к этому моменту еще не определено, предполагаемый читатель вряд ли сможет извлечь какую-либо пользу из этого обзора.

Во втором абзаце автор пытается сформулировать задачу, решаемую в статье. При этом опять-таки используются еще не определенные понятия полноты, редуцированности и т. п., так что читатель, не знакомый с используемой автором терминологией, и здесь будет испытывать серьезные затруднения.

В третьем абзаце выражается обнадеживающее намерение привести необходимые определения и обозначения. Однако после этого автор продолжает обсуждать нюансы определений, которые еще не даны.

В общем, о чем все-таки идет речь в статье, читатель, если у него хватит терпения (в чем я лично сомневаюсь, как говаривал один литературный персонаж), узнает только на четвертой странице. Между тем, как видно из первого абзаца настоящего отзыва, объяснить суть происходящего можно буквально в трех фразах.

Вывод: введение должно быть 1) выделено явно и 2) реорганизовано так, чтобы избежать использования не определенных еще терминов. При этом автору следует заново пронализировать вводимую систему понятий с учетом принципа Оккама «не умножать сущности без необходимости». Представляется, например, что в работе можно было бы обойтись без термина «россыпь» и связанных с ним понятий. (Сказанное не означает, что термин «россыпь» чем-то плох. Просто в данной конкретной работе, где используется в точности одна конкретная россыпь – множество все максимальных полных подполугрупп данной полугруппы – реальной нужды в использовании общего термина не возникает.) Заодно бы была устранена досадная коллизия, когда два разных объекта – россыпь (на с. 3) и одно из отношений Грина (на с. 8 и 9) – обозначаются одной и той же буквой $\mathcal{D}$.

Доказательства. Будучи по существу верными, доказательства в работе неоправданно громоздки и плохо структурированы, а потому неудивительно, что в них то и дело вкрадываются разного рода неаккуратности. Складывается впечатление, что автор, доказав какое-либо утверждение, удовлетворяется самым первым найденным «сырым» рассуждением и не пытается «зачистить» и оптимизировать его. Приведу три конкретных примера – по одному на каждую из доказываемых в работе лемм. (Замечу, что полный список примеров такого рода был бы сопоставим по длине с текстом статьи.)

В доказательстве **леммы 1** нет необходимости рассматривать по отдельности случаи $a_\alpha, b_\alpha \in C_\alpha$ и $a_\alpha, b_\alpha \notin C_\alpha$. Так как в любом случае элементы a_α и b_α принадлежат одному смежному классу по подгруппе C_α, можно сразу использовать ту выкладку, которая в существующем тексте «обслуживает» второй случай, а в ее обоснование «встроить» аргумент из первого случая. Заодно будет устранен дефект, который имеется сейчас в строке 22 снизу на с. 4: один и тот же символ a_α используется там и как фиксированный элемент подгруппы C_α, и как произвольный элемент группы G_α (а двумя строчками ниже тот же символ используется еще и в третьем смысле – как произвольный элемент группы C_α).

Теперь прокомментирую (в режиме «фраза за фразой») фрагмент доказательства **леммы 2** (случай II на с. 8):

Авторский текст	Комментарий
Предположим, что элемент da не является групповым элементом полугруппы S.	В доказательстве это предположение нигде не используется.
По доказанному элемент db так же не принадлежит множеству групповых элементов полугруппы S.	Здесь «также» должно писаться слитно. Утверждение, на которое ссылается автор, действительно содержится в доказательстве предыдущего случая, но никак там не выделено. Ясно, что факты, на которые будут ссылки, следует явно фиксировать. Впрочем, и этот факт на деле нигде не используется.

Выше показано, что возможно только два случая, когда элементы da и db не являются групповыми …	Нигде выше это утверждение не появлялось в том виде, в котором оно здесь цитируется. Опять-таки, в действительности оно не используется в доказательстве.
Пусть $c \in S_\xi$ и $\alpha\beta\xi = \mu$, обозначим e_μ – произвольный идемпотент полугруппы B_μ.	Синтаксис неудачен. Здесь автор хотя бы проявляет последовательность, используя греческие буквы для обозначения элементов индексирующей полурешетки, но только что (с. 7, конец подслучая I.3) через μ обозначался идемпотент из полугруппы S_β.
Пусть $T = S$, если B_μ – максимальный идеал полугруппы S; в противном случае $T = S/I$, где $I = \cup_{i<\mu} S_i$.	Должно быть «минимальный идеал». Как писал Литтлвуд (см. 'Littlewood's Miscellany', Cambridge University Press, 1986, p. 50), slips are 'practically certain in this style of writing, generally devil-inspired'.
Напомним, что элементы a_α и b_α принадлежат одному $\mathcal{H}$-классу – группе H. Пусть элементы a_α и b_α принадлежат смежному классу Gz_α группы H по нормальной подгруппе G. …	Следовало пояснить, что G – не произвольная нормальная подгруппа, а именно максимальная полная подгруппа в H.
Элементы $k_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu$ и $l_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu$ принадлежат полугруппе B_μ. Из условия и задания полугруппы T вытекает равенство $k_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu T^1 = l_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu T^1$ или $d_\beta k_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu T^1 = d_\beta l_\alpha z_\alpha c_\xi e_\mu T^1$. …	Это важный момент, так как именно здесь срабатывает условие леммы. Следовало пояснить, какие именно элементы выступают в ролях a, b и c из этого условия и почему оно применимо. Использование союза «или» может создать впечатление, что речь идет об альтернативе (выполняется или первое равенство, или второе), тогда как автор хочет сказать, что второе равенство есть следствие первого. Следовало использовать союз «откуда». Аналогичные моменты много раз возникают в доказательстве леммы 2.

Элементы $d_\beta a_\alpha c_\xi$ и $d_\beta b_\alpha c_\xi$ $\mathcal{D}$-эквивалентны.	Снова важный момент, в котором отсутствуют какие-либо пояснения. Необходимо было, во-первых, пояснить, что именно здесь используется предположение о том, что элементы dac и dbc групповые, во-вторых, упомянуть, что все групповые элементы из одной архимедовой компоненты $\mathcal{D}$-эквивалентны. Отметим, что это первое явление отношения Грина $\mathcal{D}$ в работе никак не прокомментировано в тексте, хотя до этого буква $\mathcal{D}$ использовалась автором в совсем другом смысле.
Значит, если $T = S/I$, то $(d_\beta a_\alpha c_\xi T^1) \cap (d_\beta b_\alpha c_\xi T^1) = 0$, и если $T{=}S$, то $(d_\beta a_\alpha c_\xi T^1) \cap (d_\beta b_\alpha c_\xi T^1){=}\varnothing$.	Пояснений опять нет, автор просто молчаливо предполагает знакомство читателя со свойствами правых идеалов, содержащихся в [0]-минимальном идеале.

Проведенный анализ демонстрирует типичные проблемы авторского текста: в нем практически отсутствуют необходимые пояснения, но в обилии присутствуют возникающие ниоткуда символы и ведущие в никуда отсылки. Если говорить конкретно о лемме 2, то из нашего анализа видно, что доказательство достаточности ее условия разбито на случаи неудачно. Можно было бы ограничиться разбором ситуации, которая сейчас названа подслучаем I.3, а из нее сразу вывести желаемое заключение с помощью рассуждения, которое сейчас отнесено к случаю II, но в котором условия этого случая никак не используются.

От недостатка организации страдает и доказательство **леммы 3**. Так, в начале второго абзаца на с. 10 автор пишет:

> Обозначим, через T полугруппу $\overline{Q}$, если в полугруппе $\overline{Q}$ выполняется $e\varepsilon = \varepsilon$.

Затем на протяжении всего абзаца следуют выкладки, в которых T никак не участвует и в конце которых возникает подполугруппа M. Следующий длинный абзац посвящен полугруппе T и в нем не появляется M, зато M возникает в предпоследнем абзаце доказательства. Понятно, что нормальная структура этой части доказательства должна была бы быть примерно такой: 1) четко объявляется «развилка» доказательства на два случая (когда $e\varepsilon = \varepsilon$ и когда $e\varepsilon \neq \varepsilon$); 2) анализируется первый случай (то, что в имеющемся тексте относится к полугруппе T); 3) анализируется второй случай (то, что в имеющемся тексте относится к полугруппе M).

В тексте имеется значительное количество опечаток и пунктуационных ошибок, но обсуждать их на данном этапе, по-видимому, преждевременно. Повторю, что текст нуждается в серьезной доработке, без которой статья не может быть рекомендована к опубликованию.