

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО КУРСУ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Лектор: Репницкий В.Б.

1. Формулы логики высказываний и их интерпретации.
2. Отношение равносильности на множестве ФЛВ. Законы логики высказываний.
3. Булевы функции. Замкнутость и полнота. Самодвойственные, монотонные и линейные функции. Полные системы логических связок: критерий Поста полноты.
4. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Теорема об однозначном приведении выполнимой формулы логики высказываний к совершенной дизъюнктивной нормальной форме.
5. Логическое следование в логике высказываний. Метод резолюций в логике высказываний и его полнота.
6. Приложение логики высказываний к анализу контактных (переключательных) схем.
7. Предикаты и операции на них. Кванторы и их геометрическая интерпретация.
8. Формулы логики предикатов. Модели и интерпретации.
9. Законы логики предикатов.
10. Предваренные нормальные формы и сколемовские нормальные формы в логике предикатов.
11. Логическое следование в логике предикатов. Метод резолюций в логике первого порядка и его полнота.
12. Проблема разрешения для общезначимости и выполнимости ФЛП.
13. Аксиоматический метод: формальные теории.
14. Теории первого порядка. Теорема о непротиворечивости.
15. Теорема о дедукции.
16. Лемма Линденбаума.
17. Обращение теоремы о непротиворечивости.
18. Теорема об адекватности и теорема Геделя о полноте.

19. Теорема Мальцева о компактности и теорема Левенгейма-Сколема (в том числе - в усиленной формулировке без доказательства).

20. Теории первого порядка с равенством. Переформулировки для таких теорий обратной к теореме о непротиворечивости и теореме Левенгейма-Сколема.

21. Основные проблемы формальных теорий: проблема непротиворечивости. Невыводимость пятого постулата о параллельных прямых из остальных аксиом евклидовой геометрии. Антиномии Кантора и Рассела в "наивной" канторовской теории множеств. Система аксиом Цермело-Френкеля теории множеств.

22. Основные проблемы формальных теорий: проблема независимости аксиом. Независимость каждой из схем логических аксиом (А1) – (А3) в теории исчисления высказываний. Аксиома выбора и гипотеза континуума: их независимость от системы аксиом Цермело-Френкеля (результаты П.Кёэна).

23. Основные проблемы формальных теорий: категоричность и полнота. Системы аксиом элементарной арифметики (натуральных чисел) и формальной арифметики. Категоричность первой из них и некатегоричность второй. Понятие категоричности в конкретной мощности. Связь между полнотой теории и ее категоричностью в некоторой бесконечной мощности: теорема Вюота.

24. Теорема Геделя о неполноте формальной арифметики. Общий случай теоремы Геделя о неполноте любой эффективной аксиоматизации элементарной арифметики (т.е. натуральных чисел) на языке логики первого порядка; ее значение для всей математики. Следствие из нее и теоремы Вюота о некатегоричности в произвольной бесконечной мощности как формальной арифметики, так и любой разумной (т.е. эффективной) частичной аксиоматизации натуральных чисел.

25. Основные проблемы формальных теорий: проблема разрешимости. Примеры разрешимых и неразрешимых теорий.