

Вопросы к экзамену по основам алгебры

Механика, прикладная математика
I семестр дн. отделение 2022/23 уч. г.

1. Размещения, перестановки и сочетания. Свойства числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Биномиальная формула Ньютона.
2. Соответствия. Свойства соответствий. Ассоциативность умножения соответствий.
3. Теорема о связи отношений эквивалентности и разбиений множества.
4. Определение лексикографического порядка. Доказательство его линейности.
5. Определение алгебраической операции и ее основные свойства. Теорема о свойстве ассоциативности.
6. Определение группы. Утверждение о свойствах групп.
7. Определение кольца. Свойства колец. Характеризация областей целостности.
8. Определение поля. Свойства полей. Характеристика поля.
9. Системы линейных уравнений. Равносильные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса–Жордана.
10. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц. Свойства этих операций.
11. Умножение матриц. Свойства умножения.
12. Системы линейных уравнений. Матричная запись. Матричные уравнения.
13. Обратимость матриц.
14. Перестановки и подстановки. Транспозиции в перестановке. Теорема о расположении перестановок.
15. Инверсии в перестановках. Четные и нечетные перестановки и подстановки.
16. Формула для определителя порядка n .
17. Свойство определителя порядка n , связанное с транспонированием его матрицы.
18. Свойства определителя порядка n , связанные с изменением строк его матрицы.
19. Разложение определителя порядка n по строке или столбцу.
20. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы.
21. Теорема об определителе произведения матриц.
22. Вывод формулы для определителя Вандермонда.
23. Критерий обратимости матрицы.
24. Теорема Крамера.
25. Утверждение об интерполяционном многочлене.
26. Формула Кардано. Необходимость вычислений с корнями из отрицательных действительных чисел.
27. Построение поля комплексных чисел. Операции, их свойства. Алгебраическая форма.
28. Сопряженное комплексное число. Свойства операции сопряжения.
29. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.
30. Решение уравнения $x^n = z$ в комплексных числах.
31. Корни из единицы. Первообразные корни. Критерий первообразности корня.
32. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем. Определение многочлена, операции, свойства операций.
33. Теорема о делении многочленов с остатком. Делимость многочленов.
34. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
35. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители.
36. Критерий делимости на языке разложения на неприводимые множители. Выражение НОД.

37. Наименьшее общее кратное двух многочленов. Утверждение о существовании НОК и его выражение через разложения на неприводимые множители.
38. Производная многочлена, ее свойства. Отделение кратных множителей.
39. Теорема Безу. Следствие из теоремы Безу. Связь между неприводимостью многочлена и наличием у него корней.
40. Теорема Гаусса (формулировка). Утверждение о связи между комплексными корнями многочленов из $\mathbb{R}[x]$.
41. Описание неприводимых многочленов над полями \mathbb{R} и \mathbb{C} .
42. Примитивные многочлены. Лемма Гаусса.
43. Признак Эйзенштейна.
44. Построение поля частных для области целостности.
45. Теорема о разложении правильной дроби на простейшие.
46. Построение кольца многочленов от нескольких переменных над полем. Утверждение о высшем члене произведения многочленов.
47. Теорема о представлении любого симметрического многочлена с помощью элементарных симметрических многочленов.
48. Обобщенная теорема Виета.
49. Понятия характеристической матрицы и характеристического многочлена матрицы из скаляров. Теорема Гамильтона-Кэли.
50. Минимальный многочлен матрицы.
51. Понятие минора матрицы. Теорема о коэффициентах характеристического многочлена.
52. Минимальный аннулирующий и минимальный многочлены матрицы.