

## Вопросы к экзамену по основам алгебры

Механика, прикладная математика  
I семестр дн. отделение 2021/22 уч. г.

1. Действия над матрицами. Сложение, умножение на число, транспонирование.
2. Умножение матриц. Свойства умножения. Д
3. Системы линейных уравнений. Матричная запись.
4. Аксиомы определителя. Свойство D1.
5. Свойства определителя D2 и D3. Д
6. Свойства определителя D4 - D6. Д
7. Определитель верхнетреугольной матрицы. Д
8. Теорема единственности определителя. Д
9. Теорема существования определителя. Проверка  $\Delta III$ . Д
10. Теорема существования определителя. Проверка  $\Delta I$ . Д
11. Теорема существования определителя. Проверка  $\Delta II$ . Д
12. Теорема симметрии. Проверка  $\Delta III$ . Д
13. Теорема симметрии. Проверка  $\Delta I$ . Лемма. Д
14. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы. Проверка  $\Delta I$  и  $\Delta II$ . Д
15. Теорема об определителе полураспавшейся матрицы. Проверка  $\Delta III$ . Д
16. Теорема об определителе произведения матриц. Д
17. Вывод формулы для определителя Вандермонда. Д
18. Обратная матрица. Необходимое условие обратимости. Сформулировать критерий невырожденности матрицы. Д
19. Обратная матрица. Достаточное условие обратимости. Сформулировать критерий невырожденности матрицы. Д
20. Теорема Крамера. Д
21. Теорема об интерполяционном многочлене. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
22. Алгоритм обращения матрицы и его обоснование. Д
23. Формула Кардано.
24. Построение поля комплексных чисел. Д
25. Алгебраическая форма комплексного числа. Д
26. Комплексное сопряжение и его свойства. Д
27. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме.
28. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Д
30. Решение уравнения  $x^n = z$  в поле  $\mathbb{C}$ . Д
31. Корни из 1. Критерий первообразности корня. Д
32. Ассоциативность умножения соответствий.
33. Теорема о связи отношений эквивалентности и разбиений множества. Д
34. Определение лексикографического порядка. Доказательство его линейности. Д
35. Определение алгебраической операции и ее основные свойства. Теорема о свойстве ассоциативности. Д
36. Определение группы. Утверждение о свойствах групп.
37. Определение кольца. Свойства колец. Характеризация областей целостности. Д
38. Свойства полей. Характеристика поля. Д
39. Определение изоморфизма колец и полей. Утверждение об изоморфизме. Д
40. Построение кольца многочленов от одной переменной над полем. Проверка аксиом умножения. Д
41. Теорема о делении многочленов с остатком. Д

42. Определение наибольшего общего делителя двух многочленов. Теорема о его существовании и линейной форме. Д
43. Свойства делимости многочленов (3 утверждения). Д
44. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Д
45. Критерий делимости на языке разложения на неприводимые множители. Выражение НОД.
46. Наименьшее общее кратное двух многочленов. Утверждение о существовании НОК и его выражение через разложения на неприводимые множители. Д
47. Определение производной многочлена. Утверждение о связи кратных множителей многочлена и его производной. Д
48. Теорема Безу. Д
49. Следствие из теоремы Безу. Связь между неприводимостью многочлена и наличием у него корней. Д
50. Теорема Гаусса (формулировка). Утверждение о связи между комплексными корнями многочленов из  $\mathbb{R}[x]$ . Д
51. Описание неприводимых многочленов над полями  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{C}$ . Д
52. Определение примитивного многочлена. Лемма Гаусса. Д
53. Признак Эйзенштейна. Д
54. Построение поля частных для области целостности.
55. Теорема о разложении правильной дроби на простейшие. Д
56. Построение кольца многочленов от нескольких переменных над полем. Утверждение о высшем члене произведения многочленов. Д
57. Теорема о представлении любого симметрического многочлена с помощью элементарных симметрических многочленов. Д
58. Обобщенная теорема Виета. Д
59. Понятия характеристической матрицы и характеристического многочлена матрицы из скаляров. Теорема Гамильтона-Кэли. Д
60. Минимальный многочлен матрицы. Д
61. Перестановки и подстановки. Транспозиции в перестановке. Теорема о расположении перестановок.
62. Инверсии в перестановках. Четные и нечетные перестановки и подстановки.
63. Формула для определителя порядка  $n$ .
64. Понятие минора матрицы. Теорема о коэффициентах характеристического многочлена.
65. Теорема о корнях характеристического многочлена от матрицы над полем  $\mathbb{C}$ .

Д означает, что вопрос с доказательством.