

Программа к экзамену по дифференциальной геометрии и топологии

Лектор Овсянников А.Я. 2021/22 уч.год

1. Векторные функции скалярного аргумента. Дифференцирование билинейных отображений.
2. Ориентация и орфлаги в линейном пространстве. Орфлаг, порожденный данной системой векторов. Существование и единственность ортонормированного базиса, порождающего данный орфлаг.
3. Лемма о единичном нормальном векторе. Обобщенное векторное произведение.
4. Регулярные кривые. Длина кривой. Замена параметра. Эквивалентность и положительная эквивалентность кривых. Инвариантность длины кривой и свойства регулярности относительно замены параметра.
5. Кривые единичной скорости. Положительная эквивалентность регулярной кривой некоторой кривой единичной скорости.
6. Кривые на плоскости. Порядок касания. Центр и радиус кривизны. Огибающая.
7. Репер Френе плоской кривой единичной скорости. Теорема Френе-Серре.
8. Репер Френе и кривизна регулярной плоской кривой.
9. Характеризация прямой и окружности.
10. Натуральные уравнения плоской кривой единичной скорости. Восстановление плоской кривой по ее кривизне и начальным условиям.
11. Эволюта и эвольвента плоской кривой.
12. Типы точек плоской кривой.
13. Кривые общего вида. Инвариантность общего вида относительно замены параметра и изометрии.
14. Репер Френе кривой общего вида. Построение репера Френе кривой общего вида.
15. Теорема Френе-Жордана (уравнения Френе).
16. Построение и вычисление векторов репера Френе кривой общего положения в трехмерном пространстве.
17. Вычисление кривизны и кручения кривой в трехмерном пространстве.
18. Теорема об инвариантности кривизны относительно замены параметра.
19. Теорема об изометричности кривых с одинаковыми кривизнами и абсолютными скоростями.
20. Теорема о последней кривизне.
21. Определение n -мерной поверхности в \mathbb{R}^m . Координатная сеть вдоль поверхности. Касательное пространство $T_p f$, его стандартный базис.
22. Первая фундаментальная форма. Длина кривой вдоль поверхности.
23. Первая фундаментальная форма. Угол между кривыми вдоль поверхности.
24. Первая фундаментальная форма. Объем поверхности.
25. Замена параметров на поверхности.
26. Изометричные поверхности.

27. Гауссово нормальное поле. Определение и смысл основного оператора гиперповерхности. Вторая фундаментальная форма.
28. Симметричность второй фундаментальной формы и самосопряженность основного оператора гиперповерхности.
29. Матрица основного оператора гиперповерхности в стандартном базисе касательного пространства $T_p f$. Полная (гауссова) кривизна, средняя кривизна, главные нормальные кривизны, главные направления.
30. Вычисление полной и средней кривизн двумерной поверхности в трехмерном пространстве. Вычисление главных нормальных кривизн.
31. Локальное строение гиперповерхности.
32. Типы точек на двумерной гиперповерхности.
33. Теорема Менье. Нормальная кривизна гиперповерхности, ее свойства.
34. Теорема Эйлера. Формула Эйлера для двумерной гиперповерхности. Асимптотические направления и линии.