

Вопросы к экзамену по алгебре и геометрии

Механика, прикладная математика

I семестр дн. отделение 2019/20 уч. г.

1. Размещения, перестановки и сочетания. Свойства числа сочетаний. Треугольник Паскаля. Биномиальная формула Ньютона.
2. Бинарные отношения, их свойства. Отношения эквивалентности и частичного порядка. Примеры. Теорема о связи отношения эквивалентности и разбиения множества на классы эквивалентности.
3. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матриц.
4. Умножение матриц.
5. Системы линейных уравнений. Равносильные преобразования систем линейных уравнений. Метод Гаусса–Жордана.
6. Обратимость матриц.
7. Понятие определителя порядка n . Свойство определителя, связанное с транспонированием его матрицы.
8. Понятие определителя порядка n . Свойства определителя, связанные с изменением строк его матрицы.
9. Лемма о произведении минора и его алгебраического дополнения.
10. Теорема Лапласа.
11. Определитель произведения матриц.
12. Критерий обратимости матрицы.
13. Крамеровские системы линейных уравнений.
14. Комплексные числа. Определение. Операции, их свойства. Алгебраическая форма. Сопряженное число.
15. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра.
16. Решение уравнения $x^n = z$ в комплексных числах.
17. Корни из единицы. Первообразные корни.
18. Алгебраические операции и их свойства. Группы и абелевы группы. Примеры и простейшие свойства.
19. Кольца и поля. Примеры и простейшие свойства. Понятие о делителях нуля и характеристике поля.
20. Многочлены над полем. Определение, операции, свойства операций.
21. Теорема о делении многочленов с остатком. Делимость многочленов.
22. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида.
23. Неприводимые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые множители.
24. Наименьшее общее кратное двух многочленов.
25. Производная многочлена, ее свойства. Отделение кратных множителей.

26. Корни многочленов. Теорема Безу. Теорема Гаусса (формулировка). Неприводимые многочлены над полями \mathbb{C} и \mathbb{R} .
27. Разложение правильной дроби на простейшие.
28. Прimitивные многочлены. Лемма Гаусса.
29. Признак Эйзенштейна.
30. Характеристическая матрица и характеристический многочлен квадратной матрицы над полем.
31. Минимальный аннулирующий и минимальный многочлены матрицы.
32. Теорема Гамильтона-Кэли.
33. Векторы и линейные операции над ними. Коллинеарные векторы. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов.
34. Базисы на прямой, на плоскости и в пространстве.
35. Компонента и проекция вектора на вектор, их свойства.
36. Определение скалярного произведения векторов. Свойства скалярного произведения.
37. Матрица Грама базиса в пространстве. Вычисление скалярного произведения через координаты векторов.
38. Приложения скалярного произведения. Направляющие косинусы ненулевого вектора. Слабый закон сокращения для скалярного произведения.
39. Ориентация тройки векторов. Определение векторного произведения векторов. Свойства векторного произведения.
40. Определение смешанного произведения векторов. Теорема о смешанном произведении.
41. Линейность смешанного произведения векторов по каждому аргументу. Доказательство линейности векторного произведения по первому аргументу.
42. Вычисление смешанного произведения по координатам векторов. Критерий некомпланарности трех векторов по их координатам.
43. Понятие взаимного базиса по отношению к данному базису. Вычисление координат векторного произведения через координаты его аргументов.
44. Приложения векторного и смешанного произведений.
45. Двойное векторное произведение.
46. Системы координат. Деление отрезка в данном отношении.
47. Замена системы координат.
48. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости.
49. Взаимное расположение двух прямых на плоскости и двух плоскостей в пространстве. Пучки прямых и плоскостей.
50. Полуплоскости и полупространства.
51. Расстояние от точки до прямой на плоскости и от точки до плоскости в пространстве.
52. Плоскость в пространстве. Виды уравнений плоскости.
53. Прямая в пространстве. Виды уравнений прямой в пространстве.

54. Взаимное расположение плоскости и прямой. Угол между прямой и плоскостью.
55. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
56. Квадрики на плоскости и в пространстве. Корректность определения.
57. Эллипс. Фокальное свойство.
58. Эллипс. Директориальное свойство.
59. Касательная к эллипсу в точке на эллипсе. Оптическое свойство.
60. Гипербола. Фокальное свойство.
61. Гипербола. Директориальное свойство.
62. Касательная к гиперболе в точке на гиперболе. Связь со "школьной" гиперболой.
63. Парабола. Фокальное свойство параболы. Касательная к параболе. Оптическое свойство параболы.
64. Полярные уравнения эллипса, ветви гиперболы и параболы.
65. Упрощение уравнения квадрики на плоскости в прямоугольной декартовой системе координат.
66. Классификация квадрик на плоскости.
67. Эллипсоид и эллиптический параболоид. Исследование формы методом сечений.
68. Однополостный и двуполостный гиперболоиды. Исследование формы методом сечений.
69. Гиперболический параболоид. Исследование формы методом сечений.
70. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
71. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
72. Цилиндрические поверхности. Цилиндры 2-го порядка.
73. Конические поверхности. Конус 2-го порядка.
74. Упрощение уравнения квадрики в пространстве в прямоугольной декартовой системе координат.
75. Классификация квадрик в пространстве.