

Вопросы с доказательством на экзамене по линейной алгебре

1. Сформулировать и доказать следствия из аксиом линейного пространства.
2. Сформулировать и доказать критерий линейной зависимости системы векторов.
3. Сформулировать и доказать теорему о линейной зависимости системы векторов, которая линейно выражается через систему с меньшим числом векторов.
4. Сформулировать и доказать теорему о свойствах конечномерного линейного пространства.
5. Сформулировать и доказать теорему о существовании базиса в конечномерном линейном пространстве.
6. Сформулировать и доказать свойства координат вектора в базисе.
7. Сформулировать и доказать утверждение о связи координат одного вектора в разных базисах.
8. Сформулировать и доказать утверждение о размерности подпространства конечномерного пространства.
9. Сформулировать и доказать теорему о размерности суммы подпространств.
10. Сформулировать и доказать теорему о ранге матрицы.
11. Сформулировать и доказать свойства ранга матрицы.
12. Сформулировать и доказать теорему о пространстве решений однородной системы линейных уравнений.
13. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности линейного оператора.
14. Сформулировать и доказать утверждение о координатах образа вектора при линейном операторе.
15. Сформулировать и доказать утверждение о свойствах образа и ядра линейного оператора.
16. Сформулировать и доказать теорему о связи ранга и дефекта линейного оператора.
17. Сформулировать и доказать свойство характеристического многочлена подобных матриц.
18. Сформулировать и доказать теорему о линейной независимости собственных векторов линейного оператора.
19. Сформулировать и доказать теорему о нахождении собственных значений и собственных векторов.
20. Сформулировать и доказать утверждения о линейном операторе простой структуры.
21. Сформулировать и доказать теорему о неравенстве Коши-Буняковского.
22. Сформулировать и доказать утверждение о линейной независимости ортогональной системы векторов.

23. Сформулировать и доказать теорему о процессе ортогонализации.
24. Сформулировать и доказать утверждение о разложении вектора по ортогональному и ортонормированному базису.
25. Сформулировать и доказать теорему о разложении пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.
26. Записать и доказать формулу скалярного произведения в ортонормированном базисе.
27. Сформулировать и доказать свойства самосопряженного линейного оператора.
28. Сформулировать и доказать утверждение о матрице перехода от одного ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису.
29. Сформулировать свойства операций над матрицами. Доказать сочетательный закон для умножения матриц.
30. Доказать критерий обратимости матрицы.
31. Сформулировать и доказать свойство аддитивности определителя по строке.
32. Сформулировать и доказать свойство однородности определителя по строке.
33. Сформулировать и доказать теорему Крамера.
34. Сформулировать и доказать закон инерции квадратичных форм.
35. Сформулировать и доказать условия, эквивалентные положительной определенности квадратичной формы.
36. Сформулировать и доказать критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Сдавшие теорию на коллоквиуме студенты освобождаются от вопросов 29-33.