

Практика 2. Отношения

Если M – числовое множество, то *графиком бинарного отношения* R на множестве M называется множество точек $(x; y)$ координатной плоскости Oxy , для которых $x R y$.

1. Пусть $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Исследовать отношение R на M и построить его график, если

- а) $x R y \Leftrightarrow x / y$ — целое число; г) $x R y \Leftrightarrow |x - y| < 3$;
б) $x R y \Leftrightarrow (x - y) / 3$ — целое число; д) $x \rho y \Leftrightarrow x + y \in M$;
в) $x R y \Leftrightarrow x + y = 8$; е) $x \rho y \Leftrightarrow (x - y) / 3 \in M \cup \{0\}$.

2. Из свойств рефлексивность, симметричность и транзитивность, а также их отрицаний можно составить 8 комбинаций (объясните, почему именно столько). Ниже приведены 3 из них.

- а) Рефлексивность, симметричность, нетранзитивность.
б) Нерефлексивность, симметричность, транзитивность.
в) Нерефлексивность, несимметричность, транзитивность.

Приведите примеры отношений, обладающих каждым из указанных наборов свойств.

3. Докажите, что универсальное и пустое отношения на произвольном множестве симметричны.

4. На множестве $\{1; 2; 3\}$ задано отношение $R = \{(1; 1); (1; 2); (2; 3)\}$. Вычислите а) $R \cup \Delta$, б) $R \cup R^{-1}$, в) $R \cap R^{-1}$, г) R^2 , д) R^3 .

5. Пусть R – некоторое отношение на произвольном множестве M . Верно ли, что $(R^{-1})^2 = (R^2)^{-1}$?

6. Верно ли каждое из следующих равенств

а) $(R_1 \cup R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$;

б) $R_1 \circ (R_2 \cap R_3) = (R_1 \circ R_2) \cap (R_1 \circ R_3)$

для бинарных отношений R_1, R_2, R_3 , определённых на тех множествах, где можно выполнять соответствующие операции над этими отношениями? Ответ «Да» надо обосновать, ответ «Нет» аргументировать приведением примера.

Домашнее задание

1. Выполнить задание, аналогичное заданию 1 классной работы, для множества $M = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$.

2. Для каждого из оставшихся 5 комбинаций свойств, о которых говорится в задании 2 классной работы, приведите соответствующие примеры отношений.

3. На множестве $\{1; 2; 3; 4\}$ задано отношение $R = \{(1; 1); (1; 2); (2; 3), (1; 3); (4; 3)\}$. Укажите какими свойствами обладает это отношение.

4. Верно ли, что для любого бинарного отношения R на множестве M

а) отношение $R^{-1} \cup R$ симметрично;

б) отношение $R^{-1} \cap R$ симметрично;

в) отношение $R^{-1} \circ R$ симметрично?

Ответ да, надо обосновать, ответ нет аргументировать приведением примера.