

§3. Неклассические логики

1. Интуиционистская логика – логика, в которой **не выполняется** закон исключенного третьего $F \vee \neg F \equiv 1$.

В терминах формальной теории – **не является теоремой** (а значит, не выводится из аксиом) формула $(F \vee \neg F)$.

Следствие – не выводится $(\neg\neg F \rightarrow F)$, т.е. закон двойного отрицания.

2. Модальные логики.

Алетическая модальность – в предложениях используются понятия «необходимо», «возможно», «невозможно», «случайно».

Пример. «Если примирение невозможно, то завтра необходимо будет морское сражение».

В этой модальности вводятся два оператора:

$\perp F$ – «необходимо F »,

$\diamond F$ – «возможно F ».

Связь между формулами отражается следующими законами:

$\perp F \equiv \neg \diamond \neg F$;

$\diamond F \equiv \neg \perp \neg F$.

Деонтическая модальность – в предложениях используются понятия «обязательно», «разрешено», «запрещено».

Пример. «Если возможно, что Иванов поедет за границу, то Иванов обязан взять с собой загранпаспорт».

В этой модальности вводятся три оператора:

OF – «обязательно F »;

RF – «разрешено F »;

ZF – «запрещено F ».

Связь между формулами отражается следующими законами:

$$OF \equiv \neg P \neg F \equiv \exists \neg F ;$$

$$\exists F \equiv \neg PF \equiv O \neg F ;$$

$$PF \equiv \neg O \neg F \equiv \neg \exists F .$$

Эпистемическая модальность – в предложениях используются понятия «доказуемо», «опровержимо», «допускается».

И т.д.

Модальные логики могут включать закон исключенного третьего, либо нет. В обоих случаях можно построить непротиворечивую логику.

3. Многозначная логика – позволяет более двух возможных значений.

Например, логика Лукасевича позволяет три значения:

0 – «невозможно»;

1 – «возможно»;

2 – «необходимо».

$$A \& B = \min\{ A, B \}; \quad A \vee B = \max\{ A, B \};$$

F	$\neg F$	$\perp F$	$\diamond F$
0	2	0	0
1	1	0	2
2	0	2	2

Тогда $F \vee \neg F \neq$ «необходимо».

Обобщением является n -значная логика Поста.

Значения атомарных формул составляют множество $\{0, 1, \dots, n-1\}$.

$$A \& B = \min\{A, B\}; \quad A \vee B = \max\{A, B\};$$

Два отрицания:

отрицание Поста $\bar{A} = (A+1) \bmod n$ (циклическое);

отрицание Лукасевича $\sim A = (n-1) - A$ (симметричное).

Формула этой логики является функцией $f(x_1, \dots, x_n)$, аргументы и значения которой принадлежат конечному множеству.