Контекстно-свободные грамматики и языки

А.М. Шур

ИМКН УрФУ

Определения

Контекстно-свободная (КС) грамматика — 4-ка $G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$, где
Σ — алфавит основных символов (терминалов)
Γ — алфавит вспомогательных символов (нетерминалов)
$S \in \Gamma$ — аксиома
$P = \{A \to \alpha \mid A \in \Gamma, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma)^*\}$ — множество правил вывода

Определения

Контекстно-свободная (КС) грамматика — 4-ка $G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$, где
Σ — алфавит основных символов (терминалов)
Γ — алфавит вспомогательных символов (нетерминалов)
$S \in \Gamma$ — аксиома
$P = \{A \to \alpha \mid A \in \Gamma, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma)^*\}$ — множество правил вывода

Выводимость:
$\gamma \Rightarrow \delta$ («Слово δ непосредственно выводимо из слова γ (в G)»), если

$$\exists \beta_1, \beta_2, \alpha, A : \gamma = \beta_1 A \beta_2,\ \ \delta = \gamma = \beta_1 \alpha \beta_2,\ \ (A \to \alpha) \in P$$

$\gamma \Rightarrow^* \delta$ («Слово δ выводимо из слова γ (в G)»), если

$$\gamma = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \eta_2 \ldots \Rightarrow \eta_n = \delta \tag{1}$$

$w \in L(G)$ («Слово δ выводимо в G»), если $S \Rightarrow^* w$

Определения

Контекстно-свободная (КС) грамматика — 4-ка $G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$, где
Σ — алфавит основных символов (терминалов)
Γ — алфавит вспомогательных символов (нетерминалов)
$S \in \Gamma$ — аксиома
$P = \{A \to \alpha \mid A \in \Gamma, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma)^*\}$ — множество правил вывода

Выводимость:
$\gamma \Rightarrow \delta$ («Слово δ непосредственно выводимо из слова γ (в G)»), если

$$\exists \beta_1, \beta_2, \alpha, A : \gamma = \beta_1 A \beta_2,\ \ \delta = \gamma = \beta_1 \alpha \beta_2,\ \ (A \to \alpha) \in P$$

$\gamma \Rightarrow^* \delta$ («Слово δ выводимо из слова γ (в G)»), если

$$\gamma = \eta_0 \Rightarrow \eta_1 \Rightarrow \eta_2 \ldots \Rightarrow \eta_n = \delta \tag{1}$$

$w \in L(G)$ («Слово δ выводимо в G»), если $S \Rightarrow^* w$

Вывод — последовательность $\eta_0, \eta_1, \ldots, \eta_n$ из (1)
n — длина вывода — число стрелок в (1)
(Грамматическая) форма — слово, входящее в какой-то вывод в G

Примеры выводов в G

$G : S \to SS \mid (S) \mid ()$
$L(G)$ есть множество непустых правильных скобочных выражений

Примеры выводов в G

$G : S \to SS \mid (S) \mid ()$
$L(G)$ есть множество непустых правильных скобочных выражений

Рассмотрим варианты вывода выражения $(()())() \in L(G)$:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$

Чем они отличаются?

Примеры выводов в G

$G : S \to SS \mid (S) \mid ()$
$L(G)$ есть множество непустых правильных скобочных выражений

Рассмотрим варианты вывода выражения $(()())() \in L(G)$:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$

Чем они отличаются?
Только порядком применения правил. Неформально говоря,

- в каждом месте строки применяется одно и то же правило, но в разное время

Примеры выводов в G

$G : S \to SS \mid (S) \mid ()$
$L(G)$ есть множество непустых правильных скобочных выражений

Рассмотрим варианты вывода выражения $(()())() \in L(G)$:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$

Чем они отличаются?
Только порядком применения правил. Неформально говоря,

- в каждом месте строки применяется одно и то же правило, но в разное время

Существенно ли это отличие?

Примеры выводов в G

$G: S \to SS \mid (S) \mid ()$
$L(G)$ есть множество непустых правильных скобочных выражений

Рассмотрим варианты вывода выражения $(()())() \in L(G)$:

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$

Чем они отличаются?
Только порядком применения правил. Неформально говоря,

- в каждом месте строки применяется одно и то же правило, но в разное время

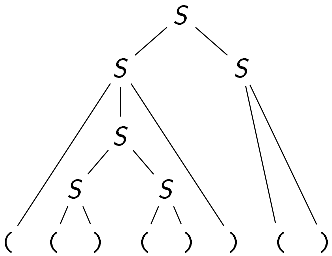
Существенно ли это отличие? Нет

Дерево вывода неформально

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$

Дерево вывода неформально

$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (SS)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow (S)S \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (()S)() \Rightarrow (()())()$$
$$S \Rightarrow SS \Rightarrow S() \Rightarrow (S)() \Rightarrow (SS)() \Rightarrow (S())() \Rightarrow (()())()$$



Каждый из выводов описывает процедуру построения этого дерева:
- вначале оно состоит из одного узла с меткой S;
- шаг вывода достраивает к листу текущего дерева «куст»
- текущее слово в выводе написано на листьях текущего дерева

Дерево вывода формально (1)

Корневое дерево называется упорядоченным, если на множестве его узлов задано отношение линейного порядка $\lhd$, удовлетворяющее двум условиям:

1. если узел y является потомком узла x, то $x \lhd y$
2. если узел y является братом узла x и $x \lhd y$, то $z \lhd y$ для любого потомка z узла x

Дерево вывода формально (1)

Корневое дерево называется упорядоченным, если на множестве его узлов задано отношение линейного порядка $\lhd$, удовлетворяющее двум условиям:

1. если узел y является потомком узла x, то $x \lhd y$
2. если узел y является братом узла x и $x \lhd y$, то $z \lhd y$ для любого потомка z узла x

Замечания:

- будем считать, что узлы занумерованы натуральными числами от 1 до n и использовать обычный порядок $<$
- условие (1) эквивалентно определению топологической сортировки
- О порядке на попарно несмежных узлах (в частности, на братьях) мы говорим как о «порядке слева направо» и изображаем упорядоченные деревья соответствующим образом.

Дерево вывода формально (2)

Деревом вывода слова $w \in \Sigma^*$ в грамматике $G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$ называется упорядоченное дерево T, узлы которого помечены символами из множества $\Sigma \cup \Gamma \cup \{\lambda\}$ так, что

1. корень помечен аксиомой, внутренние узлы – нетерминалами, листья – терминалами или λ, узлы с меткой λ не имеют братьев;
2. если $y_1 < y_2 < \ldots < y_k$ – все сыновья узла x в дереве, $Y_1, \ldots, Y_k, X$ – метки упомянутых узлов, то $X \rightarrow Y_1 \ldots Y_k \in P$;
3. если $z_1 < z_2 < \ldots < z_m$ – все листья дерева, $a_1, \ldots, a_m$ – их метки, то $w = a_1 \ldots a_m$.

Дерево вывода формально (2)

Деревом вывода слова $w \in \Sigma^*$ в грамматике $G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$ называется упорядоченное дерево T, узлы которого помечены символами из множества $\Sigma \cup \Gamma \cup \{\lambda\}$ так, что

1. корень помечен аксиомой, внутренние узлы – нетерминалами, листья – терминалами или λ, узлы с меткой λ не имеют братьев;
2. если $y_1 < y_2 < \ldots < y_k$ – все сыновья узла x в дереве, $Y_1, \ldots, Y_k, X$ – метки упомянутых узлов, то $X \to Y_1 \ldots Y_k \in P$;
3. если $z_1 < z_2 < \ldots < z_m$ – все листья дерева, $a_1, \ldots, a_m$ – их метки, то $w = a_1 \ldots a_m$.

Замечания:

- каждый узел вместе с сыновьями представляет правило вывода; одно правило может использоваться в дереве много раз
- лист с меткой λ вместе с родительским узлом представляет правило вида $A \to \lambda$ и поэтому не имеет братьев
- под стандартным поддеревом в T мы понимаем поддерево, содержащее (1) корень T и (2) вместе с любым своим внутренним узлом содержащее всех его сыновей в T

Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

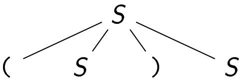
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S$$



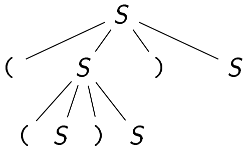
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S$$



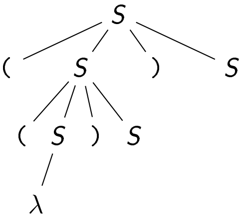
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова $(()())()$ в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S$$



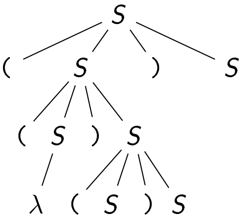
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S$$



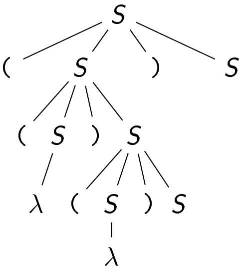
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова $(()())()$ в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S \Rightarrow (()()S)S$$



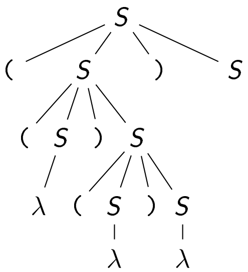
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S \Rightarrow (()()S)S \Rightarrow (()())S$$



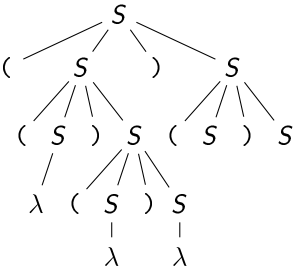
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S \Rightarrow (()()S)S \\ \Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())(S)S$$



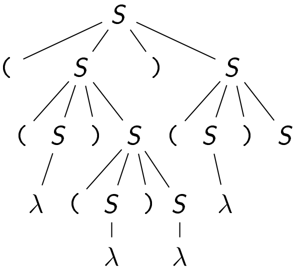
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S \Rightarrow (()()S)S$$
$$\Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())(S)S \Rightarrow (()())()S$$



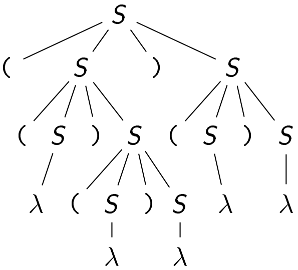
Дерево вывода – иллюстрация

Вывод $S \Rightarrow \delta_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow \delta_n = w$ в грамматике G представлен деревом вывода T, если в T есть стандартные поддеревья $T_1 \subset \ldots \subset T_n$ такие, что для каждого i метки листьев T_i образуют форму δ_i

- Будем говорить, что вывод формы δ_i представлен деревом T_i

Один вывод слова (()())() в грамматике G': $S \to (S)S \mid \lambda$:

$$S \Rightarrow (S)S \Rightarrow ((S)S)S \Rightarrow (()S)S \Rightarrow (()(S)S)S \Rightarrow (()()S)S$$
$$\Rightarrow (()())S \Rightarrow (()())(S)S \Rightarrow (()())()S \Rightarrow (()())()$$



Выводы о деревьях вывода

- Дерево вывода передает синтаксическую структуру выводимого слова с точки зрения правил языка, формализованных в грамматике

Выводы о деревьях вывода

★ Дерево вывода передает синтаксическую структуру выводимого слова с точки зрения правил языка, формализованных в грамматике

- При помощи дерева удобно отображать иерархические связи между терминалами (например, словами естественного языка или языка программирования) и нетерминалами (грамматическими категориями языка, например, «обстоятельство» или «условный оператор»)
- С самими выводами (описывающими процесс построения дерева) также приходится работать, но есть проблема: одно дерево представляется многими выводами

Выводы о деревьях вывода

★ Дерево вывода передает синтаксическую структуру выводимого слова с точки зрения правил языка, формализованных в грамматике

- При помощи дерева удобно отображать иерархические связи между терминалами (например, словами естественного языка или языка программирования) и нетерминалами (грамматическими категориями языка, например, «обстоятельство» или «условный оператор»)
- С самими выводами (описывающими процесс построения дерева) также приходится работать, но есть проблема: одно дерево представляется многими выводами

Канонические выводы:

- Вывод называется левосторонним (левым), если на каждом шаге правило вывода применяется к самому левому нетерминалу текущей формы
- Правосторонний (правый) вывод определяется симметрично

Не всё так однозначно

Проверьте самостоятельно следующие утверждения:

- Если слово w выводимо в G, то существует левый вывод w в G
- Дереву вывода соответствует единственный левый вывод
- Если дан левый вывод, по нему можно построить правый, даже не зная грамматики

Не всё так однозначно

Проверьте самостоятельно следующие утверждения:

- Если слово w выводимо в G, то существует левый вывод w в G
- Дереву вывода соответствует единственный левый вывод
- Если дан левый вывод, по нему можно построить правый, даже не зная грамматики

★ Дерево вывода + левый/правый вывод – основные инструменты работы в КС-грамматиках

Не всё так однозначно

Проверьте самостоятельно следующие утверждения:

- Если слово w выводимо в G, то существует левый вывод w в G
- Дереву вывода соответствует единственный левый вывод
- Если дан левый вывод, по нему можно построить правый, даже не зная грамматики

★ Дерево вывода + левый/правый вывод – основные инструменты работы в КС-грамматиках

Что если у слова более одного дерева вывода в грамматике?
Значит, синтаксис и, как следствие, смысл слова определен неоднозначно

Не всё так однозначно

Проверьте самостоятельно следующие утверждения:

- Если слово w выводимо в G, то существует левый вывод w в G
- Дереву вывода соответствует единственный левый вывод
- Если дан левый вывод, по нему можно построить правый, даже не зная грамматики

★ Дерево вывода + левый/правый вывод – основные инструменты работы в КС-грамматиках

Что если у слова более одного дерева вывода в грамматике?
Значит, синтаксис и, как следствие, смысл слова определен неоднозначно

- Присутствует в естественных языках (игра слов и т.д.)
- Головная боль переводчиков
- Абсолютно неприемлемо в языках программирования
  - Не волнуйтесь, при наличии технической возможности компьютер всегда найдёт смысл, который вы не вкладывали в свою программу

Всё так неоднозначно

Примеры, подобные приводимым ниже (но из английского языка) в своё время вынудили Хомского признать, что КС-грамматики не могут вполне адекватно отражать грамматику естественных языков. Часто один из вариантов прочтения фразы предпочтительнее остальных (а может, и единственно допустим), но предпочтение опирается на чувство языка, а не на формальное описание...

Всё так неоднозначно

Примеры, подобные приводимым ниже (но из английского языка) в своё время вынудили Хомского признать, что КС-грамматики не могут вполне адекватно отражать грамматику естественных языков. Часто один из вариантов прочтения фразы предпочтительнее остальных (а может, и единственно допустим), но предпочтение опирается на чувство языка, а не на формальное описание...

Пример:
Два — это тоже в какой-то степени восемь (башорг)

- два в некоторой степени равно восемь
- два равно восемь в некоторой степени
- два и восемь, в некотором смысле, одно и то же

Всё так неоднозначно

Примеры, подобные приводимым ниже (но из английского языка) в своё время вынудили Хомского признать, что КС-грамматики не могут вполне адекватно отражать грамматику естественных языков. Часто один из вариантов прочтения фразы предпочтительнее остальных (а может, и единственно допустим), но предпочтение опирается на чувство языка, а не на формальное описание...

Пример:
Два — это тоже в какой-то степени восемь (башорг)

- два в некоторой степени равно восемь
- два равно восемь в некоторой степени
- два и восемь, в некотором смысле, одно и то же

Другие примеры (разберите неоднозначности самостоятельно)

- Ехал дед Пихто на коне в пальто (фольклор)
- По обочине дороги шел мужик с серпом и косой (архивы ДММ)
- Завод часовых механизмов осуществляет завод часовых механизмов (архивы ДММ)
- Искусство есть искусство есть искусство (И. Бродский)

Неоднозначные грамматики

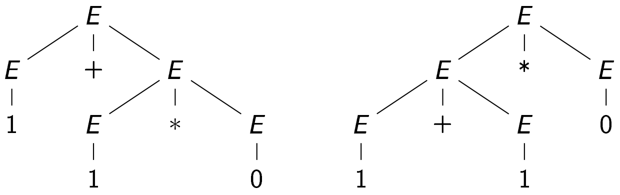
Грамматика G называется однозначной, если каждое выводимое в G слово имеет единственное деревом вывода, и неоднозначной иначе (если найдется слово, для которого есть два дерева вывода)

Неоднозначные грамматики

Грамматика G называется однозначной, если каждое выводимое в G слово имеет единственное деревом вывода, и неоднозначной иначе (если найдется слово, для которого есть два дерева вывода)

Пример: грамматика $E \to E{+}E \mid E{*}E \mid 0 \mid 1$ порождает арифметические выражения над числами 0 и 1

- Семантика слова – это значение арифметического выражения
  - определяется операндами, операторами и порядком выполнения
- Неоднозначность грамматики (см. рисунок) приводит к невозможности однозначно определить значение выражения
  - непригодна для практического задания выражений



Неоднозначные грамматики (2)

Неоднозначность – плохое свойство; можно ли «исправить» неоднозначную грамматику, сделав ее однозначной? Иногда – да

- Сделайте однозначной грамматику арифметических выражений с предыдущего слайда
  - могут понадобиться дополнительные нетерминалы

Неоднозначные грамматики (2)

Неоднозначность – плохое свойство; можно ли «исправить» неоднозначную грамматику, сделав ее однозначной? Иногда – да

- Сделайте однозначной грамматику арифметических выражений с предыдущего слайда
  - могут понадобиться дополнительные нетерминалы

В общем случае всё значительно хуже...

Неоднозначные грамматики (2)

Неоднозначность – плохое свойство; можно ли «исправить» неоднозначную грамматику, сделав ее однозначной? Иногда – да

- Сделайте однозначной грамматику арифметических выражений с предыдущего слайда
  - могут понадобиться дополнительные нетерминалы

В общем случае всё значительно хуже...

- Две грамматики эквивалентны, если они порождают один и тот же язык

★ Не существует алгоритма, который по произвольной КС-грамматике возвращает эквивалентную ей однозначную КС-грамматику или сообщает, что таких однозначных грамматик нет

- Это – ещё один пример в коллекцию алгоритмически неразрешимых задач

Неоднозначные языки

Контекстно-свободный (КС) язык — язык, порожденный некоторой КС-грамматикой

- могут найтись и не-КС-грамматики, порождающие этот же язык

Однозначный язык — язык, порожденный некоторой однозначной КС-грамматикой

- могут найтись неоднозначные грамматики, порождающие его же

Прочие КС-языки называются неоднозначными

Неоднозначные языки

Контекстно-свободный (КС) язык — язык, порожденный некоторой КС-грамматикой

- могут найтись и не-КС-грамматики, порождающие этот же язык

Однозначный язык — язык, порожденный некоторой однозначной КС-грамматикой

- могут найтись неоднозначные грамматики, порождающие его же

Прочие КС-языки называются неоднозначными

Пример неоднозначного языка:

$$L = \{a^k b^k c^l d^l \mid k, l \in \mathbb{N}\} \cup \{a^k b^l c^l d^k \mid k, l \in \mathbb{N}\}$$

Неоднозначные языки

Контекстно-свободный (КС) язык — язык, порожденный некоторой КС-грамматикой

- могут найтись и не-КС-грамматики, порождающие этот же язык

Однозначный язык — язык, порожденный некоторой однозначной КС-грамматикой

- могут найтись неоднозначные грамматики, порождающие его же

Прочие КС-языки называются неоднозначными

Пример неоднозначного языка:

$$L = \{a^k b^k c^l d^l \mid k, l \in \mathbb{N}\} \cup \{a^k b^l c^l d^k \mid k, l \in \mathbb{N}\}$$

Заключительные упражнения:

1. Постройте КС-грамматику, порождающую L
2. Докажите, что для любой КС-грамматики, порождающей L, найдется слово вида $a^n b^n c^n d^n$, имеющее в этой грамматике два дерева вывода.