

Лекция 10: Алгоритмы семейства LZ77

А. М. Шур

Кафедра алгебры и фундаментальной информатики УрФУ

24 апреля 2020 г.

LZ77 — семейство словарных алгоритмов сжатия, наследующих основную идею, предложенную в статье

- A. Lempel, J. Ziv. A Universal Algorithm for Sequential Data Compression, IEEE Transactions on Information Theory, 1977

LZ77 — семейство словарных алгоритмов сжатия, наследующих основную идею, предложенную в статье

- A. Lempel, J. Ziv. A Universal Algorithm for Sequential Data Compression, IEEE Transactions on Information Theory, 1977
- текст разбивается на подстроки любой длины так, что каждая подстрока
 - либо (i) состоит из одного символа
 - либо (ii) встречается в предшествующем тексте
- подстроки из одного символа передаются “буквально”
- более длинные подстроки заменяются парой чисел (длина, позиция в тексте)
- последовательность, в которую преобразован текст, кодируется с использованием метода Хаффмана, арифметического кодирования или их вариаций

LZ77 — семейство словарных алгоритмов сжатия, наследующих основную идею, предложенную в статье

- A. Lempel, J. Ziv. A Universal Algorithm for Sequential Data Compression, IEEE Transactions on Information Theory, 1977
 - текст разбивается на подстроки любой длины так, что каждая подстрока
 - либо (i) состоит из одного символа
 - либо (ii) встречается в предшествующем тексте
 - подстроки из одного символа передаются “буквально”
 - более длинные подстроки заменяются парой чисел (длина, позиция в тексте)
 - последовательность, в которую преобразован текст, кодируется с использованием метода Хаффмана, арифметического кодирования или их вариаций
- ★ Изначально Лемпель и Зив предлагали в случае (ii) передавать, кроме пары чисел, еще и следующий символ, тем самым делая случай (i) подслучаем (ii) с длиной совпадения, равной 0; в практических реализациях от этого предложения отказались

Разбиением Лемпеля–Зива, или LZ-разбиением называется представление текста в виде

$$T = f_1 \cdot f_2 \dots \cdot f_r,$$

в котором каждая фраза f_i является либо символом, не входящим в $f_1 \dots f_{i-1}$, либо самым длинным префиксом $f_i \dots f_r$, который имеет более раннее вхождение в T , то есть встречается в T начиная с некоторой позиции внутри $f_1 \dots f_{i-1}$

Разбиением Лемпеля–Зива, или LZ-разбиением называется представление текста в виде

$$T = f_1 \cdot f_2 \dots \cdot f_r,$$

в котором каждая фраза f_i является либо символом, не входящим в $f_1 \dots f_{i-1}$, либо самым длинным префиксом $f_i \dots f_r$, который имеет более раннее вхождение в T , то есть встречается в T начиная с некоторой позиции внутри $f_1 \dots f_{i-1}$

Пример

Используем тот же текст $T = \text{БанБананана}\#$, что и в предыдущей лекции. Его LZ-разбиение: $T = \text{Б} \cdot \text{а} \cdot \text{н} \cdot \text{Бан} \cdot \text{анана} \cdot \#$.

- ★ Фраза $f_5 = \text{анана}$ имеет более раннее вхождение, которое начинается внутри фразы f_4 и заканчивается уже внутри f_5 ; это допускается определением

Разбиением Лемпеля–Зива, или LZ-разбиением называется представление текста в виде

$$T = f_1 \cdot f_2 \dots \cdot f_r,$$

в котором каждая фраза f_i является либо символом, не входящим в $f_1 \dots f_{i-1}$, либо самым длинным префиксом $f_i \dots f_r$, который имеет более раннее вхождение в T , то есть встречается в T начиная с некоторой позиции внутри $f_1 \dots f_{i-1}$

Пример

Используем тот же текст $T = \text{БанБананана}\#$, что и в предыдущей лекции. Его LZ-разбиение: $T = \text{Б} \cdot \text{а} \cdot \text{н} \cdot \text{Бан} \cdot \text{анана} \cdot \#$.

- ★ Фраза $f_5 = \text{анана}$ имеет более раннее вхождение, которое начинается внутри фразы f_4 и заканчивается уже внутри f_5 ; это допускается определением
- ★ LZ-разбиение позволяет закодировать текст в виде последовательности символов и ссылок на более ранние вхождения фраз
 - Например, $\text{enc}(T) = \text{Б}, \text{а}, \text{н}, (3, 1), (5, 5), \#$
 - пара (i, j) означает “вставь сюда подстроку длины i , начинающуюся в позиции j ”
 - если подстрока известна не полностью (как $(5, 5)$ в примере), берется ее известный префикс (ан) и размножается до нужной длины i (до анана)

Разбиением типа LZ называется любое представление текста в виде $T = f_1 \cdot f_2 \dots \cdot f_s$, в котором каждая фраза f_i является либо символом, не входящим в $f_1 \dots f_{i-1}$, либо префиксом $f_i \dots f_s$, который имеет более раннее вхождение в T , то есть встречается в T начиная с некоторой позиции внутри $f_1 \dots f_{i-1}$

- ★ По сравнению с определением LZ-разбиения убрано требование к f_i быть самым длинным

Разбиением типа LZ называется любое представление текста в виде $T = f_1 \cdot f_2 \dots \cdot f_s$, в котором каждая фраза f_i является либо символом, не входящим в $f_1 \dots f_{i-1}$, либо префиксом $f_i \dots f_s$, который имеет более раннее вхождение в T , то есть встречается в T начиная с некоторой позиции внутри $f_1 \dots f_{i-1}$

- ★ По сравнению с определением LZ-разбиения убрано требование к f_i быть самым длинным

Лемма

Для произвольного текста T , LZ-разбиение имеет наименьшее число фраз среди всех разбиений типа LZ.

Доказательство. Пусть $T = f_1 \dots f_r$ — LZ-разбиение, $T = g_1 \dots g_s$ — какое-нибудь разбиение типа LZ. Покажем, что $r \leq s$, доказав по индукции более сильное утверждение: $|f_1 \dots f_i| \geq |g_1 \dots g_i|$ для любого $i = 1, \dots, r$.

- База индукции ($i = 1$) очевидна, так как $f_1 = g_1 = T[1]$
- Пусть $|f_1 \dots f_{i-1}| \geq |g_1 \dots g_{i-1}|$
 - тогда $T = f_1 \dots f_{i-1}u = g_1 \dots g_{i-1}vu$ (возможно, $v = \lambda$)
 - если f_i — ранее не встречавшийся символ, то g_i либо целиком лежит в v , либо, при $v = \lambda$, совпадает с f_i
 - если f_i встречался ранее, а $f_i f_{i+1}[1]$ — нет, то $vf_i f_{i+1}[1]$ ранее не встречался, откуда g_i — префикс vf_i
- Таким образом, $|f_1 \dots f_i| \geq |g_1 \dots g_i|$ и шаг индукции доказан

Несмотря на Лемму, алгоритмы сжатия данных на основе LZ77 строят не LZ-разбиение, а разнообразные разбиения типа LZ. И на это есть причины...

Несмотря на Лемму, алгоритмы сжатия данных на основе LZ77 строят не LZ-разбиение, а разнообразные разбиения типа LZ. И на это есть причины...

- Декодеру вообще всё равно, как именно получена последовательность $\text{enc}(T)$ — на декодирование это не влияет
- Простые алгоритмы быстро строят какое-нибудь разбиение типа LZ, разрешая искать предыдущие вхождения только внутри небольшого **окна**, содержащего недавно прочитанный фрагмент текста
- Продвинутое алгоритмы пытаются строить разбиение типа LZ, которое можно **сжать лучше, чем LZ-разбиение**
 - в паре (i, j) позицию j обычно задают через **смещение**, то есть расстояние $n - j$ до текущей позиции: совпадения часто бывают локальными, а маленькие числа занимают меньше места
 - ⇒ в некоторых случаях можно пожертвовать одним-двумя байтами длины i , если это приводит к очень большому уменьшению смещения; такие трюки применяются, например, в алгоритме LZMA
 - ♠ ... Леденящие душу подробности про бит-оптимальные разбиения типа LZ можно прочитать, например, в статье D. Kosolobov. Relations between greedy and bit-optimal LZ77 encodings. STACS 2018

Несмотря на Лемму, алгоритмы сжатия данных на основе LZ77 строят не LZ-разбиение, а разнообразные разбиения типа LZ. И на это есть причины...

- Декодеру вообще всё равно, как именно получена последовательность $\text{enc}(T)$ — на декодирование это не влияет
- Простые алгоритмы быстро строят какое-нибудь разбиение типа LZ, разрешая искать предыдущие вхождения только внутри небольшого **окна**, содержащего недавно прочитанный фрагмент текста
- Продвинутое алгоритмы пытаются строить разбиение типа LZ, которое можно **сжать лучше, чем LZ-разбиение**
 - в паре (i, j) позицию j обычно задают через **смещение**, то есть расстояние $n - j$ до текущей позиции: совпадения часто бывают локальными, а маленькие числа занимают меньше места
 - ⇒ в некоторых случаях можно пожертвовать одним-двумя байтами длины i , если это приводит к очень большому уменьшению смещения; такие трюки применяются, например, в алгоритме LZMA
 - ♠ ... Леденящие душу подробности про бит-оптимальные разбиения типа LZ можно прочитать, например, в статье D. Kosolobov. Relations between greedy and bit-optimal LZ77 encodings. STACS 2018

Впрочем, LZ-разбиение тоже используется

- при построении сжатых индексов
 - **сжатый индекс** отличается от сжатого текста тем, что в нем можно решать задачи типа поиска заданной подстроки, **не декодируя сжатое представление**
- в качестве вычислительного примитива для комбинаторных задач
 - типа поиска повторяющихся структур в тексте

DEFLATE: простейший алгоритм семейства LZ77

Алгоритм DEFLATE придумал в 1980-е американский программист Фил Кац и реализовал его в архиваторе PKZIP для DOS; сейчас DEFLATE используется

- в архиваторах zip, gzip, 7-zip
- в форматах pdf, png, tiff, cab
- в кроссплатформенной библиотеке для сжатия zlib

DEFLATE: простейший алгоритм семейства LZ77

Алгоритм DEFLATE придумал в 1980-е американский программист Фил Кац и реализовал его в архиваторе PKZIP для DOS; сейчас DEFLATE используется

- в архиваторах zip, gzip, 7-zip
- в форматах pdf, png, tiff, cab
- в кроссплатформенной библиотеке для сжатия zlib

- ★ Важно: DEFLATE, в первую очередь, **формат представления сжатых данных**
 - в построении разбиения типа LZ есть определенная свобода
 - **ограничение**: фраза кодируется парой чисел (длина, смещение), где $3 \leq \text{длина} \leq 258$ и $1 \leq \text{смещение} \leq 32768$
 - схема кодирования/декодирования построенного разбиения жестко фиксирована

DEFLATE: простейший алгоритм семейства LZ77

Алгоритм DEFLATE придумал в 1980-е американский программист Фил Кац и реализовал его в архиваторе PKZIP для DOS; сейчас DEFLATE используется

- в архиваторах zip, gzip, 7-zip
- в форматах pdf, png, tiff, cab
- в кроссплатформенной библиотеке для сжатия zlib

★ Важно: DEFLATE, в первую очередь, **формат представления сжатых данных**

- в построении разбиения типа LZ есть определенная свобода
- **ограничение**: фраза кодируется парой чисел (длина, смещение), где $3 \leq \text{длина} \leq 258$ и $1 \leq \text{смещение} \leq 32768$
- схема кодирования/декодирования построенного разбиения жестко фиксирована
- Текст можно разбивать на **блоки** произвольной длины, границы блоков должны быть выравнены по границам фраз
- Кодирование блока начинается с трехбитового заголовка, указывающего, является блок последним или нет, а также способ кодирования фраз блока:
 - **нормальный** — статический Хаффман, дерево строится по статистике фраз
 - **странный** — на фиксированном (известном декодеру) дереве префиксных кодов
 - **буквальный** — без сжатия (если попытка сжатия увеличит длину текста)
- Нормальный способ описан далее \implies

★ Полное и подробное описание, включающее все опущенные в лекции подробности, есть тут: <https://tools.ietf.org/html/rfc1951>

Пусть нам нужно закодировать блоки f_1, \dots, f_s , часть из которых — символы (символ=байт), а часть — пары чисел

- По f_1, \dots, f_s построим статическое дерево Хаффмана (лекция 3) с 288 листьями:
 - символы 0-255
 - символ конца блока 256
 - неиспользуемые символы 286-287 (так бывает при создании форматов данных:)
 - символы 257-285, кодирующие длины фраз по таблице

символ	доп.биты	длины	символ	доп.биты	длины	символ	доп.биты	длины
257	0	3	267	1	15,16	277	4	67-82
258	0	4	268	1	17,18	278	4	83-98
259	0	5	269	2	19-22	279	4	99-114
260	0	6	270	2	23-26	280	4	115-130
261	0	7	271	2	27-30	281	5	131-162
262	0	8	272	2	31-34	282	5	163-194
263	0	9	273	3	35-42	283	5	195-226
264	0	10	274	3	43-50	284	5	227-257
265	1	11,12	275	3	51-58	285	0	258
266	1	13,14	276	3	59-66			

- если код дает диапазон длин, последующие биты (количество приведено в таблице) дают сдвиг относительно нижней границы диапазона
 - ★ получается аналог кодов Элиаса, но код диапазона вычисляется по Хаффману
- Построим еще одно статическое дерево Хаффмана с 32 листьями: символы кодируют смещения от 1 до 32768, используя таблицу, аналогичную приведенной выше (см. <https://tools.ietf.org/html/rfc1951#page-11>)

DEFLATE: детали кодирования (2)

Так как коды Хаффмана нужно передавать декодеру, их нужно закодировать максимально компактно; для этого при построении деревьев Хаффмана добавляются выполнения двух дополнительных свойств:

1. если коды упорядочить **лексикографически**, то они **упорядочатся по длине**
 - коды $\{0, 10, 110, 111\}$ обладают этим свойством, а $\{00, 010, 011, 1\}$ — нет
2. из символов с кодами одной длины **меньший символ имеет меньший код**

DEFLATE: детали кодирования (2)

Так как коды Хаффмана нужно передавать декодеру, их нужно закодировать максимально компактно; для этого при построении деревьев Хаффмана добавляются выполнения двух дополнительных свойств:

1. если коды упорядочить **лексикографически**, то они **упорядочатся по длине**
 - коды $\{0, 10, 110, 111\}$ обладают этим свойством, а $\{00, 010, 011, 1\}$ — нет
2. из символов с кодами одной длины **меньший символ имеет меньший код**

Лемма

Если дерево Хаффмана для текста над алфавитом $[0..\sigma]$ обладает свойствами 1 и 2, его можно восстановить по последовательности (l_0, \dots, l_σ) , где l_i — длина кода Хаффмана символа i (неиспользуемым символам сопоставляется длина 0).

Доказательство: несложное упражнение.

DEFLATE: детали кодирования (2)

Так как коды Хаффмана нужно передавать декодеру, их нужно закодировать максимально компактно; для этого при построении деревьев Хаффмана добиваются выполнения двух дополнительных свойств:

1. если коды упорядочить **лексикографически**, то они **упорядочатся по длине**
 - коды $\{0, 10, 110, 111\}$ обладают этим свойством, а $\{00, 010, 011, 1\}$ — нет
2. из символов с кодами одной длины **меньший символ имеет меньший код**

Лемма

Если дерево Хаффмана для текста над алфавитом $[0..\sigma]$ обладает свойствами 1 и 2, его можно восстановить по последовательности (l_0, \dots, l_σ) , где l_i — длина кода Хаффмана символа i (неиспользуемым символам сопоставляется длина 0).

Доказательство: несложное упражнение.

Блок из фраз f_1, \dots, f_s кодируется следующим образом:

- кодируются оба построенных дерева
 - используя **Лемму**, коды Хаффмана передаются как **последовательности длин**; эти последовательности дополнительно сжаты при помощи кодирования повторов и... применения метода Хаффмана к тому, что получилось
- для каждой фразы f_i
 - если f_i — символ, передается его код Хаффмана
 - если $f_i = (длина, смещение)$, передается код Хаффмана нужного диапазона длин (плюс дополнительные биты для вычисления сдвига, если они нужны), а за ним — код Хаффмана диапазона смещений (плюс биты для вычисления сдвига)

- ★ напомним, что DEFLATE ищет повторы **длины не меньшей 3**; смысл в том, что
 - ★ повтор кодируется двумя кодами Хаффмана (+ доп. биты), а символ — одним
 - ⇒ кодировать повтор длины 1 точно невыгодно, а повтор длины 2 иногда выгодно, иногда — невыгодно, но **выгодность определится только в будущем** (когда закончится блок и по нему будет построены деревья Хаффмана)

Рассмотрим поиск очередной фразы f начиная с текущей позиции $T[n]$:

- ★ напомним, что DEFLATE ищет повторы **длины не меньшей 3**; смысл в том, что
 - ★ повтор кодируется двумя кодами Хаффмана (+ доп. биты), а символ — одним
 - ⇒ кодировать повтор длины 1 точно невыгодно, а повтор длины 2 иногда выгодно, иногда — невыгодно, но **выгодность определится только в будущем** (когда закончится блок и по нему будет построены деревья Хаффмана)

Рассмотрим поиск очередной фразы f начиная с текущей позиции $T[n]$:

- строка $T[n-32768..n-1]$ хранится в кольцевом буфере
 - после нахождения f самые старые $|f|$ символов заменяются на $T[n..n+|f|-1]$
- для поиска используется **хэш-таблица**:
 - **ключ**: строка длины 3
 - **значение**: односвязный список позиций, в которых начинается эта строка, начиная с ближайшей к n

- ★ напомним, что DEFLATE ищет повторы **длины не меньшей 3**; смысл в том, что
 - ★ повтор кодируется двумя кодами Хаффмана (+ доп. биты), а символ — одним
 - ⇒ кодировать повтор длины 1 точно невыгодно, а повтор длины 2 иногда выгодно, иногда — невыгодно, но **выгодность определится только в будущем** (когда закончится блок и по нему будет построены деревья Хаффмана)

Рассмотрим поиск очередной фразы f начиная с текущей позиции $T[n]$:

- строка $T[n-32768..n-1]$ хранится в кольцевом буфере
 - после нахождения f самые старые $|f|$ символов заменяются на $T[n..n+|f|-1]$
- для поиска используется **хэш-таблица**:
 - **ключ**: строка длины 3
 - **значение**: односвязный список позиций, в которых начинается эта строка, начиная с ближайшей к n
- если по ключу $T[n..n+2]$ ничего не найдено, положим $f = T[n]$
 - добавим запись по ключу $T[n..n+2]$ в хэш-таблицу
- если по ключу найден список, бежим по нему, для каждого элемента сравнивая соответствующий участок буфера с $T[n..n+257]$ и выбираем длиннейшее совпадение в качестве f
 - обновим в хэш-таблице записи по ключам $T[n..n+2], \dots, T[n+|f|-1..n+|f|+1]$
 - ★ из-за возможной **коллизии хэшей**, сравнивать надо начиная с $T[n]$, а не с $T[n+3]$
 - ★ для ускорения, **удаление из хэш-таблицы не производится**: сравнение со списком заканчивается, когда попадаете позиция за пределами буфера

DEFLATE: ускорение поиска фраз

Медленная часть поиска: посимвольное сравнение с каждым из элементов цепи

Идея ускорения: использовать упорядоченность алфавита

Медленная часть поиска: посимвольное сравнение с каждым из элементов цепи

Идея ускорения: использовать упорядоченность алфавита

- Когда мы сравниваем $T[n..]$ с $T[i..]$, где i — первая позиция списка в хэш-таблице по ключу $T[n..n+2]$, мы узнаем не только длину совпадения, но и какая из двух строк лексикографически меньше
- Сохраняя эту информацию каждый раз, можно резко сократить число позиций, с которыми нужно будет сравнивать текущий текст:
 - ★ если $T[n..] < T[i..]$, то получить бóльшую длину совпадения можно только при сравнении с такой позицией j , что $T[j..] < T[i..]$

Медленная часть поиска: посимвольное сравнение с каждым из элементов цепи

Идея ускорения: использовать упорядоченность алфавита

- Когда мы сравниваем $T[n..]$ с $T[i..]$, где i — первая позиция списка в хэш-таблице по ключу $T[n..n+2]$, мы узнаем не только длину совпадения, но и какая из двух строк лексикографически меньше
- Сохраняя эту информацию каждый раз, можно резко сократить число позиций, с которыми нужно будет сравнивать текущий текст:
 - ★ если $T[n..] < T[i..]$, то получить бóльшую длину совпадения можно только при сравнении с такой позицией j , что $T[j..] < T[i..]$

Способ: вместо линейного списка хранить и обновлять **бинарное дерево поиска**

- если узел помечен позицией i , а его потомок — позицией j , то
 - $i > j$
 - если j находится в левом поддереве i , то $T[i..] > T[j..]$, иначе $T[i..] < T[j..]$

+ число проверяемых позиций не превосходит глубины дерева

+ после проверок дерево можно перестроить за время $O(1)$

— после нахождения фразы f , при обновлении хэш-таблицы по ключам $T[n+1..n+3], \dots, T[n+|f|-1..n+|f|+1]$ невозможно обновить деревья (мы не производим сравнений для $T[n+1..], \dots, T[n+|f|-1..]$), поэтому нужна “гибридная” схема между списком и периодически обновляемым деревом

Для того, чтобы построить разбиение типа LZ, которое лучше сжимается, в построении разбиения иногда используют **следующий трюк**:

- Если при обработке $T[n..]$ найден повтор f , то производится поиск повтора, начинающегося с позиции $n+1$
 - если найден более длинный повтор f' , то в качестве очередной фразы вместо f записывается символ $T[n]$, после чего аналогично делается поиск с позиции $n+2$ и производится сравнение его длины с длиной f'
 - если более длинный повтор не найден, то записывается фраза f , а следующий поиск производится с позиции $n+|f|$

Для того, чтобы построить разбиение типа LZ, которое лучше сжимается, в построении разбиения иногда используют **следующий трюк**:

- Если при обработке $T[n..]$ найден повтор f , то производится поиск повтора, начинающегося с позиции $n+1$
 - если найден более длинный повтор f' , то в качестве очередной фразы вместо f записывается символ $T[n]$, после чего аналогично делается поиск с позиции $n+2$ и производится сравнение его длины с длиной f'
 - если более длинный повтор не найден, то записывается фраза f , а следующий поиск производится с позиции $n+|f|$

★ Не вполне очевидно, почему этот трюк должен улучшать сжатие, но на практике улучшает

Плюсы:

- ★ быстрый универсальный алгоритм сжатия, сжимает несколько лучше LZW
- ★ декодер быстрее кодера во много раз:
 - основная трудоемкость — поиск повторов, декодер их не ищет
- ★ быстрота декодера способствует использованию в разных форматах файлов, как это и произошло с DEFLATE
- ★ вариативность — можно совершенствовать кодер при сохранении формата
 - сделано, например, в 7-Zip

Плюсы:

- ★ быстрый универсальный алгоритм сжатия, сжимает несколько лучше LZW
- ★ декодер быстрее кодера во много раз:
 - основная трудоемкость — поиск повторов, декодер их не ищет
- ★ быстрота декодера способствует использованию в разных форматах файлов, как это и произошло с DEFLATE
- ★ вариативность — можно совершенствовать кодер при сохранении формата
 - сделано, например, в 7-Zip

Минусы:

- ♠ как и у LZW — сжатие слабовато, усилия по его улучшению неизбежно замедляют кодер
 - тем не менее, существуют быстрые реализации (см. <http://mattmahoney.net/dc/text.html>), сжимающие 10^9 байт английской википедии в 3.1 раза

- ★ Наиболее мощным алгоритмом сжатия из семейства LZ77 является LZMA авторства И. Павлова, используемый для дефолтного формата 7z архиватора 7-Zip, см. <https://www.7-zip.org>
- 7-Zip в режиме LZMA сжимает тот же датасет из википедии в 4.4 раза

- ★ Наиболее мощным алгоритмом сжатия из семейства LZ77 является LZMA авторства И. Павлова, используемый для дефолтного формата 7z архиватора 7-Zip, см. <https://www.7-zip.org>
- 7-Zip в режиме LZMA сжимает тот же датасет из википедии в 4.4 раза

Основные особенности LZMA:

- Другой способ сжатия
 - последовательность фраз воспринимается кодером как последовательность бит и сжимается как результат работы марковского источника (Лекция 2) с контекстами достаточно большой длины (в битах!) арифметическим методом
- Другой формат представления последовательности фраз
 - при записи последовательности фраз перед символом ставится битовый флаг 0, а перед повтором — 1, за которым следуют еще битовые флаги для указания на то, что смещение совпадает с одним из последних использованных (в этом случае можно сэкономить на передаче смещения)
- Различные ухищрения, зависящие от конкретной реализации, для повышения качества разбиения типа LZ, которое строит алгоритм; в частности, повышение частоты использования недавних смещений

...Построение LZ-разбиения с помощью **суффиксного массива**

- Можно почитать статьи, например, эту: J. Kärkkäinen, D. Kempa, S. J. Puglisi. Linear Time Lempel-Ziv Factorization: Simple, Fast, Small. CPM 2013
- Можно посмотреть эту лекцию: <https://www.lektorium.tv/lecture/26227>
- Суффиксные массивы используются в архиваторе ZPAQ:
<http://mattmahoney.net/dc/zpaq.html>

...Построение разбиений типа LZ с помощью **суффиксного дерева** вместо хэш-таблиц

- Можно почитать, как модернизировать **алгоритм Укконена**, чтобы поддерживать суффиксное дерево для заданного окна в тексте: M. Senft. Suffix tree for a sliding window: an overview. WDS'05