Приведенные грамматики

Михайлова Инна Анатольевна

Институт математики и естественных наук.
Кафедра алгебры и фундаментальной информатики.

Пример

Посмотрите на грамматику, что с ней не так?

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

Пример

Посмотрите на грамматику, что с ней не так?

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Из нетерминала B нельзя вывести строку из терминалов, поэтому он не может участвовать ни в каком выводе цепочки из $L(G)$.

Пример

Посмотрите на грамматику, что с ней не так?

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Из нетерминала B нельзя вывести строку из терминалов, поэтому он не может участвовать ни в каком выводе цепочки из $L(G)$.
- Нетерминал C также не участвует ни в каком выводе из S, поэтому его можно удалить из грамматики, не изменив язык.

Приведенные грамматики

- Нетерминал A грамматики $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ называется достижимым, если $S \Rightarrow^*_G \alpha A \beta$,

Приведенные грамматики

- Нетерминал A грамматики $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ называется **достижимым**, если $S \Rightarrow_G^* \alpha A \beta$,
- Нетерминал A является **производящим**, если $A \Rightarrow_G^* u \in \Sigma^*$,

Приведенные грамматики

- Нетерминал A грамматики $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ называется **достижимым**, если $S \Rightarrow_G^* \alpha A \beta$,
- Нетерминал A является **производящим**, если $A \Rightarrow_G^* u \in \Sigma^*$,
- КС грамматика G называется **приведенной**, если все ее нетерминалы достижимые и производящие,

Приведенные грамматики

- Нетерминал A грамматики $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ называется достижимым, если $S \Rightarrow_G^* \alpha A \beta$,
- Нетерминал A является производящим, если $A \Rightarrow_G^* u \in \Sigma^*$,
- КС грамматика G называется приведенной, если все ее нетерминалы достижимые и производящие,

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.
- Найдем все **достижимые** символы грамматики G': положим $\Gamma'_1 = \{S\}$.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.
- Найдем все **достижимые** символы грамматики G': положим $\Gamma'_1 = \{S\}$.
- Пусть Γ'_i построено, тогда $\Gamma'_{i+1} = \Gamma'_i \cup \{B \mid \exists A \in \Gamma'_i \quad \exists A \to \alpha B \beta \in P'\}$. Если $\Gamma'_i = \Gamma'_{i+1}$, то обозначим полученное множество достижимых символов через Γ''.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.
- Найдем все **достижимые** символы грамматики G': положим $\Gamma'_1 = \{S\}$.
- Пусть Γ'_i построено, тогда $\Gamma'_{i+1} = \Gamma'_i \cup \{B \mid \exists A \in \Gamma'_i \quad \exists A \to \alpha B \beta \in P'\}$. Если $\Gamma'_i = \Gamma'_{i+1}$, то обозначим полученное множество достижимых символов через Γ''.
- В грамматике $G'' = (\Gamma'', \Sigma, P'', S)$, где $P'' = \{A \to \alpha \in P' \mid A \in \Gamma'', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma'')^*\}$, все символы достижимы по построению.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.
- Найдем все **достижимые** символы грамматики G': положим $\Gamma'_1 = \{S\}$.
- Пусть Γ'_i построено, тогда $\Gamma'_{i+1} = \Gamma'_i \cup \{B \mid \exists A \in \Gamma'_i \quad \exists A \to \alpha B \beta \in P'\}$. Если $\Gamma'_i = \Gamma'_{i+1}$, то обозначим полученное множество достижимых символов через Γ''.
- В грамматике $G'' = (\Gamma'', \Sigma, P'', S)$, где $P'' = \{A \to \alpha \in P' \mid A \in \Gamma'', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma'')^*\}$, все символы достижимы по построению.
- Каждый исмвол производящий, так как если $A \in \Gamma''$ и $A \Rightarrow^*_{G'} u$, то каждый нетерминал, участвующий в этом выводе также достижим и, следовательно, этот вывод можно сделать и в грамматике G''.

Теорема

Для любой КС грамматики существует эквивалентная ей приведенная.

- Пусть $G = (\Gamma, \Sigma, P, S)$ — КС грамматика. Найдем все ее **производящие** нетерминалы.
- Пусть $\Gamma_1 = \{A \in \Gamma \mid \exists A \to u \in P, u \in \Sigma^*\}$.
- Предположим, что Γ_i построен, тогда

$$\Gamma_{i+1} = \Gamma_i \cup \{A \in \Gamma \mid \exists A \to \alpha \in P, \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma_i)^*\}$$

- Заканчиваем, когда $\Gamma_i = \Gamma_{i+1} = \Gamma'$.
- Построим грамматику $G' = (\Gamma', \Sigma, P', S)$, где $P' = \{A \to \alpha \in P \mid A \in \Gamma', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma')^*\}$.
- Найдем все **достижимые** символы грамматики G': положим $\Gamma'_1 = \{S\}$.
- Пусть Γ'_i построено, тогда $\Gamma'_{i+1} = \Gamma'_i \cup \{B \mid \exists A \in \Gamma'_i \quad \exists A \to \alpha B \beta \in P'\}$. Если $\Gamma'_i = \Gamma'_{i+1}$, то обозначим полученное множество достижимых символов через Γ''.
- В грамматике $G'' = (\Gamma'', \Sigma, P'', S)$, где $P'' = \{A \to \alpha \in P' \mid A \in \Gamma'', \alpha \in (\Sigma \cup \Gamma'')^*\}$, все символы достижимы по построению.
- Каждый исмвол производящий, так как если $A \in \Gamma''$ и $A \Rightarrow^*_{G'} u$, то каждый нетерминал, участвующий в этом выводе также достижим и, следовательно, этот вывод можно сделать и в грамматике G''.
- Очевидно, что $L(G'') \subseteq L(G)$. Пусть $w \in L(G)$, тогда $S \Rightarrow^*_G u$ и все нетерминалы, участвующие в этом выводе, достижимые и производящие. Следовательно, $S \Rightarrow^*_{G''} u$ и $u \in L(G'')$.

Пример построения приведенной грамматики

Постройте приведенную грамматику, эквивалентную данной

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

Пример построения приведенной грамматики

Постройте приведенную грамматику, эквивалентную данной

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем производящие символы (в порядке обхода правил): $\{A, C, S\}$

Пример построения приведенной грамматики

Постройте приведенную грамматику, эквивалентную данной

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем производящие символы (в порядке обхода правил): $\{A, C, S\}$
- Тогда грамматика G' имеет вид:

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to bc$$
$$C \to cC \mid d$$

Пример построения приведенной грамматики

Постройте приведенную грамматику, эквивалентную данной

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем производящие символы (в порядке обхода правил): $\{A, C, S\}$
- Тогда грамматика G' имеет вид:

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to bc$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем достижимые символы грамматики G': $\{S, A\}$.

Пример построения приведенной грамматики

Постройте приведенную грамматику, эквивалентную данной

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to aB \mid bc$$
$$B \to bB$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем производящие символы (в порядке обхода правил): $\{A, C, S\}$
- Тогда грамматика G' имеет вид:

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to bc$$
$$C \to cC \mid d$$

- Найдем достижимые символы грамматики G': $\{S, A\}$.
- Тогда искомая приведенная будет

$$S \to bAc \mid Acb$$
$$A \to bc$$