

Тема 0: Введение

А. Я. Овсянников

Уральский федеральный университет
Институт естественных наук и математики
Департамент математики, механики и компьютерных наук
Лекции по линейной алгебре для физиков

Курс линейной алгебры на физическом факультете изучается в течение 3-го семестра. Он включает теорию матриц и определителей произвольного порядка, конечномерных линейных пространств и их линейных отображений, евклидовых пространств и квадратичных форм.

Для изучения курса можно использовать любые учебники для университетов, в названии которых есть слова "линейная алгебра". Список литературы приведен на следующем слайде.

1. Ильин В.А, Позняк В.Г. Линейная алгебра. Любое издание.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. Любое издание.
3. Кострикин А.И. Линейная алгебра. Любое издание.
4. Овсянников А.Я. Линейная алгебра. Изд-во Гуманитарного ун-та, Екатеринбург, 2004.
5. Задачник по алгебре и геометрии для студентов первого курса. Изд-во УрГУ, Екатеринбург, 2004; 2010 (2-е изд).

Книги [1-3] — университетские учебники, [2] и [3] — учебники повышенного уровня (для МГУ). Задачник [5] используется на практических занятиях. Книги [4-5] доступны в виде pdf файлов в закладке "Книги" страницы А.Я.Овсянникова на сайте кафедры алгебры и фундаментальной информатики.

Данный набор слайдов разбит на темы, нумеруемые подряд. Довольно часто приходится делать ссылки на утверждения, доказанные ранее. Эти ссылки делаются так: <утверждение> сл. n т. m означает ссылку на <утверждение> (теорему, предложение, следствие), сформулированное на слайде номер n темы m . Аналогично делаются ссылки на выделенные формулы. Если слайд, на который делается ссылка, находится в той же теме, то номер темы не указывается.

Определяемые понятия выделяются *курсивом и цветом*. Начало и конец доказательства выделяются символами \Downarrow и \Uparrow соответственно.

Определение

Множество F называется *полем*, если оно удовлетворяет следующим условиям:

- 1) $\forall a, b \in F \exists! c \in F (c = a + b - \text{сумма } a \text{ и } b;$
- 2) $\forall a, b \in F \exists! d \in F (d = a \cdot b - \text{произведение } a \text{ и } b;$
- 3) $\forall a, b \in F a + b = b + a;$ коммутативность сложения
- 4) $\forall a, b \in F a \cdot b = b \cdot a;$ коммутативность умножения
- 5) $\forall a, b, c \in F (a + b) + c = a + (b + c);$ ассоциативность сложения
- 6) $\forall a, b, c \in F (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c);$ ассоциативность умножения
- 7) $\exists 0 \in F : \forall a \in F a + 0 = a;$ нулевой элемент
- 8) $\exists 1 \in F : \forall a \in F (a \cdot 1 = a) \wedge (1 \neq 0);$ единичный элемент
- 9) $\forall a \in F \exists b \in F : a + b = 0;$ противоположный элемент
- 10) $\forall a \in F (a \neq 0 \Rightarrow \exists b \in F : a \cdot b = 1);$ обратный элемент
- 11) $\forall a, b, c \in F (a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$ дистрибутивность

Примерами полей являются множества \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} соответственно всех рациональных, всех действительных и всех комплексных чисел относительно обычных операций сложения и умножения.

На слайдах, если поле не определено конкретно, то подразумевается поле \mathbb{R} или поле \mathbb{C} .