Занятие 5. Базис и размерность линейного пространства

Задачи в аудитории

8.2.20, примеры 1,2,4*,5, 8.2.21 в), 8.2.22 а), 8.2.23 а), в), д), 8.2.25 а), 8.2.26 а).

Домашнее задание

Пример 3, 8.2.19, 8.2.21 а), 8.2.22 б), 8.2.23 б), г), е), 8.2.25 б), 8.2.26 б).

Пример 1. Показать, что векторы пространства F^n, где F - поле, у которых совпадают первая и последняя компоненты, образуют линейное пространство, и найти какой-нибудь его базис и размерность.

Пример 2. Показать, что векторы пространства F^n, где F - поле, у которых компоненты с четными номерами совпадают, образуют линейное пространство, и найти какой-нибудь его базис и размерность.

Пример 3. Показать, что векторы вида $(\alpha, \beta, \alpha, \beta \ldots)$ пространства F^n, где F - поле, образуют линейное пространство, и найти какой-нибудь его базис и размерность.

Пример 4. Пусть $\alpha \notin \mathbb{Q}$ - комплексный корень многочлена $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$, неприводимого над полем $\mathbb{Q}$ и пусть

$$Q[\alpha] = \{f(\alpha) | f(x) \in \mathbb{Q}[x]\}.$$

Доказать, что $Q[\alpha]$ является полем, и найти $\mathsf{dim}_{\mathbb{Q}}\mathbb{Q}[\alpha]$.

Пример 5. Пусть F - поле, X - множество. Доказать, что если $|X| = n > 0$, то размерность пространства функций $\mathsf{dim}(\mathcal{F}(X, F)) = n$, а если множество X бесконечно, то пространство функций $\mathcal{F}(X, F)$ бесконечномерное.