

Занятие 2. Линейная зависимость и независимость 1

Задачи в аудитории

8.2.1, 8.2.5 а), в), 8.2.3, 8.2.6 а), 8.2.7, 8.2.8 в), д), пример 1, пример 2.

Домашнее задание

8.2.2 б), 8.2.4, 8.2.5 б), 8.2.6 б), 8.2.8 б), г).

Пример 1. Доказать, что если система векторов (a_1, a_2, a_3) линейно зависима и $a_1, a_2 \not\parallel a_3$, то векторы a_1 и a_2 отличаются скалярным множителем.

Пример 2. Рассмотрим систему $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ векторов-строк из пространства \mathbb{R}^n : $a_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \dots, \alpha_{jn})$ ($j = 1, 2, \dots, m$). Зафиксируем индексы $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$, где $k < n$, и рассмотрим систему $A' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_m)$, состоящую из векторов $a'_j = (\alpha_{ji_1}, \alpha_{ji_2}, \dots, \alpha_{ji_k})$ пространства \mathbb{R}^k ($j = 1, 2, \dots, m$).

Систему A' будем называть *укороченной* для системы A , а систему A будем называть *удлиненной* для системы A' .

Доказать, что если система линейно зависима, то любая укороченная для нее система также линейно зависима, и если система линейно независима, то любая удлиненная для нее система также линейно независима.