

## Занятие 13. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

Задачи в аудитории

9.3.1, пример 1, 9.3.2, 9.3.4, примеры 2,3, 9.3.5 а), в), е).

Домашнее задание

9.3.5 б), г), д).

Пример 1. Доказать, что если линейный оператор  $\mathcal{A}$  обратимый, то операторы  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{A}^{-1}$  имеют одни и те же собственные векторы и собственные значения этих операторов, относящиеся к одному собственному вектору, являются взаимно обратными скалярами.

Пример 2. Доказать, что в пространстве многочленов  $VP_n(\mathbb{R})$  степени, не превосходящей  $n$ , над полем  $\mathbb{R}$  линейный оператор  $\mathcal{A}f(x) = f(\alpha x + \beta)$  имеет множество собственных значений

$$1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^n.$$

Пример 3. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора дифференцирования на линейном пространстве  $\langle 1, e^{\alpha_1 x}, \dots, e^{\alpha_n x} \rangle$  для различных чисел  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ .