

На коллоквиуме будут предложены 1 теоретический вопрос (максимум 45 баллов) и 1 задача (максимум 25 баллов). Коллоквиум будет проведен в письменной форме на одной из лекций (заранее объявленной).

Список теоретических вопросов.

1. Сформулировать и доказать теорему Крамера для системы с 2-мя неизвестными.

2. Сформулировать теорему Крамера для системы с 3-мя неизвестными. Проверить, что по формулам Крамера получается решение 1-го уравнения системы.

3. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 1-й строке.

4. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 2-й строке.

5. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 3-й строке.

6. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 1-му столбцу.

7. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 2-му столбцу.

8. Сформулировать и доказать свойство линейности определителя 3-го порядка по 3-му столбцу.

9. Сформулировать и доказать свойство определителя 3-го порядка, у которого 1-я и 2-я строка совпадают.

10. Сформулировать и доказать правило разложения по 1-й строке для определителя 3-го порядка.

11. Сформулировать и доказать правило разложения по 2-му столбцу для определителя 3-го порядка.

12. Сформулировать и доказать утверждение об определителе транспонированной матрицы 3-го порядка.

13. Сформулировать и доказать правило разложения по 2-й строке для определителя 3-го порядка.

14. Сформулировать и доказать правило разложения по 1-му столбцу для определителя 3-го порядка.

15. Сформулировать и доказать правило разложения по 3-й строке для определителя 3-го порядка.

16. Сформулировать и доказать правило разложения по 3-му столбцу для определителя 3-го порядка.

16. Сформулировать и доказать утверждения о коллинеарных векторах.

17. Определения базиса на прямой и координаты вектора. Сформулировать и доказать свойства координаты.

18. Сформулировать и доказать критерий неколлинеарности двух векторов.

19. Определение базиса на плоскости. Сформулировать и доказать утверждения о свойствах координат вектора на плоскости.
20. Сформулировать и доказать критерий компланарности трех векторов.
21. Сформулировать и доказать критерий некомпланарности трех векторов.
22. Определение базиса в пространстве. Сформулировать и доказать утверждения о свойствах координат вектора в пространстве.
23. Сформулировать и доказать критерий коллинеарности векторов по координатам в пространстве.
24. Определение системы координат в пространстве. Сформулировать и доказать утверждение о делении направленного отрезка в данном отношении.
25. Вывести формулы преобразования координат при замене системы координат на плоскости.
26. Вывести формулы преобразования координат при повороте прямоугольной декартовой системы координат на плоскости.
27. Вывести формулы преобразования координат при замене системы координат в пространстве.
28. Определение компоненты и проекции вектора на ненулевой вектор. Сформулировать и доказать свойства компоненты и проекции.
29. Определение скалярного произведения векторов. Сформулировать и доказать свойства скалярного произведения.
30. Вывести формулу для вычисления скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе.
31. Определение матрицы Грама для базиса на плоскости. Сформулировать и доказать утверждение об определителе Грама для случая плоскости.
32. Определение матрицы Грама для базиса на плоскости. Вывести формулу для вычисления скалярного произведения по координатам векторов в произвольном базисе на плоскости.
33. Определение матрицы Грама для базиса в пространстве. Вывести формулу для вычисления скалярного произведения по координатам векторов в произвольном базисе в пространстве.
34. Сформулировать и доказать слабый закон сокращения для скалярного произведения.
35. Определения ориентации тройки векторов и векторного произведения двух векторов. Сформулировать и доказать антикоммутативность векторного произведения.
36. Определение смешанного произведения трех векторов. Сформулировать и доказать теорему о смешанном произведении.
37. Сформулировать и доказать линейность смешанного произведения по 1-му аргументу.
38. Сформулировать и доказать линейность смешанного произведения по 2-му аргументу.

39. Сформулировать и доказать линейность векторного произведения по каждому аргументу.

40. Вывести формулу для вычисления смешанного произведения через координаты векторов в произвольном базисе.

41. Вывести формулу для вычисления векторного произведения через координаты векторов в правом ортонормированном базисе.

42. Сформулировать и доказать критерий компланарности векторов через координаты в произвольном базисе.

43. Определение двойного векторного произведения. Сформулировать и доказать теорему о вычислении двойного векторного произведения.

44. Определение взаимного базиса. Сформулировать и доказать теорему о существовании и единственности взаимного базиса.

45. Вывести формулу для вычисления векторного произведения через координаты векторов в произвольном базисе.

46. Сформулировать и доказать теорему об общем уравнении прямой на плоскости.

47. Вывести каноническое уравнение прямой на плоскости. Обосновать связь между каноническим и параметрическими уравнениями прямой на плоскости.

48. Сформулировать и доказать теорему о собственном пучке прямых на плоскости.

49. Сформулировать и доказать теорему о несобственном пучке прямых на плоскости.

50. Сформулировать и доказать утверждения о расположении точки в полуплоскостях, на которые прямая делит плоскость.

51. Вывести формулу для расстояния от точки до прямой на плоскости.

Задачи по векторной алгебре и прямой на плоскости.