

Лекция 1 (17.14.2018)

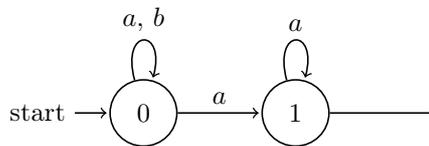
Пусть \mathcal{A} – конечный (недетерминированный) автомат, $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, где $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$.

Σ^ω – множество всех бесконечных вправо последовательностей (слов) над Σ .

Определение. Скажем, что автомат \mathcal{A} принимает слово $w \in \Sigma^\omega$ (в смысле Бюхи), если при каком-то чтении w , начинающемся в начальном состоянии q_0 , автомат \mathcal{A} оказывается в состояниях из F бесконечное число раз.

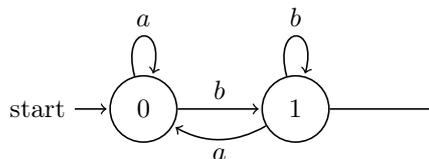
Множество всех слов из Σ^ω , которые принимаются автоматом \mathcal{A} , называется языком, распознаваемым \mathcal{A} , и обозначается $L(\mathcal{A})$.

Пример. Недетерминированный автомат \mathcal{A} :



распознает язык $L(\mathcal{A}) = \{a, b\}^* a^\omega$.

Пример. Детерминированный автомат \mathcal{B} :



распознает дополнение языка $L(\mathcal{A})$, т.е. $L(\mathcal{B}) = (a^*ba^*)^\omega$,

Утверждение (Ландвебер, 1969). Язык $\{a, b\}^* a^\omega$ не распознается по Бюхи никаким детерминированным автоматом.

Доказательство. о/п. Пусть существует детерминированный автомат, который распознает язык $\{a, b\}^* a^\omega$. Он принимает слово ba^ω . Значит, это слово метит какой-то путь, который бесконечно много раз проходит через состояния из F . В силу детерминированности этот путь единственный. Пусть k_1 таково, что ba^{k_1} метит путь из q_0 в состояния из F . Рассмотрим слово $ba^{k_1}ba^\omega \in L$. Значит, оно тоже метит какой-то путь, в котором бесконечно много раз встречаются состояния из F . Возьмем k_2 такое, что слово $ba^{k_1}ba^{k_2}$ заканчивается в состоянии из F . Рассмотрим $ba^{k_1}ba^{k_2}ba^\omega \in L$. Отсюда $ba^{k_1}ba^{k_2} \dots ba^{k_n} \dots$ бесконечно много раз посещает состояния из F . Но это слово содержит бесконечное число букв b . Противоречие. \square

Определение. Назовем таблицей некоторое множество множеств состояний. Скажем, что автомат принимает слово w в смысле Мюллера, если при каком-то чтении w , начинающемся в начальном состоянии q_0 , множество состояний, которые автомат посещает бесконечное число раз, принадлежит таблице.

Для этого определения распознаваемость детерминированными и недетерминированными автоматами эквивалентны (но мы это доказывать не будем).