

Индивидуальный тест №4 по курсу

«Дифференциальная геометрия и топология»

Гладкие линии на плоскости

- 1) **Напишите свои ФИО и номер варианта.** Вариант можно найти в Списке баллов с лекциями.
- 2) Решите задачи.
- 3) Оформите четко и разборчиво. **Не забудьте написать условие задачи.**
- 4) Теоретический материал можно найти в *Лекции 3*, а также в учебных пособиях *С.В. Сизого «Лекции по дифференциальной геометрии»*.
- 5) **Ответы обязательно выделите.**
- 6) Сверьтесь с ответами из файла. Если ответ совпал, **поставьте знак плюс.**
- 7) Сделайте качественные фото.
- 8) Вставьте по порядку в ворд файл и сделайте единый pdf файл. Или отсканируйте Вашу работу, сшив страницы, создав pdf файл.
- 9) Не забудьте отправить файл.

Задание №1. Касательные к параболе (2балл).

Задание №2. Касательная к графику гладкой линии (2балл).

Задание №3. Огибающая к семейству гладких линий (1балл).

Касательная

Вариант 1

Задача 1. К графику функции $x^2 - 2 \cdot x + 9$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=4$, а вторая в точке с $x=2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к графику функции $y = (x^3 + 1)/3$ в точке его пересечения с осью абсцисс.

Вариант 2

Задача 1. К графику функции $x^2 + 14 \cdot x + 25$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-4$, а вторая в точке с $x=-6$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Найти точки, в которых касательные, проведенные к графику функции $y = x(x - 4)^3$, параллельны оси абсцисс.

Вариант 3

Задача 1. К графику функции $x^2 - 8 \cdot x + 4$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=3$, а вторая в точке с $x=1$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = \frac{(x-4)}{(x-2)}$

в точках его пересечения с осями координат, параллельны.

Вариант 4

Задача 1. К графику функции $x^2 + 5 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=0$, а вторая в точке с $x=-2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Показать, что на графике функции $y = x^3 + x^2 + x + 1$ нет точек, в которых касательные параллельны оси абсцисс.

Вариант 5

Задача 1. К графику функции $x^2 + 4$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-1$, а вторая в точке с $x=-3$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Найти точки, в которых касательные к кривой $y = (1/3)x^3 + x + 1$ параллельны прямой $y = 2x - 1$.

Вариант 6

Задача 1. К графику функции $x^2 - 7 \cdot x + 25$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=6$, а вторая в точке с $x=4$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

В каких точках касательная к графику функции $f(x) = (1/3)x^3 - (5/2)x^2 + 7x - 4$ образует с осью Ox угол 45° ?

Вариант 7

Задача 1. К графику функции $x^2 - 3x + 16$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=5$, а вторая в точке с $x=3$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = 2x^3 - x$ в точке ее пересечения с осью Oy ?

Вариант 8

Задача 1. К графику функции $x^2 + 7x + 36$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-5$, а вторая в точке с $x=-7$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = x^3 - x^2 - 7x + 6$ в точке $M_0(2; -4)$?

Вариант 9

Задача 1. К графику функции $x^2 + 4x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=2$, а вторая в точке с $x=0$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Известно, что прямая $y = -(3/4)x - 3/32$ является касательной к линии, заданной уравнением $y = 0,5x^4 - x$. Найти координаты точки касания.

Вариант 10

Задача 1. К графику функции $x^2 + 10x + 4$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-1$, а вторая в точке с $x=-3$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^7 e^{-x}$ в точке с абсциссой $x = 1$.

Вариант 11

Задача 1. К графику функции $x^2 - 6x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=2$, а вторая в точке с $x=0$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательных к кривым $y = 2x^2 - 5$ и $y = x^2 - 3x + 5$, проходящих через точки пересечения этих кривых.

Вариант 12

Задача 1. К графику функции $x^2 + 13x + 36$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-5$, а вторая в точке с $x=-7$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Найти угол, который образует с осью ординат касательная к кривой $y = (2/3)x^5 - (1/9)x^3$, проведенная в точке с абсциссой $x = 1$.

Вариант 13

Задача 1. К графику функции $x^2 - 10 \cdot x + 36$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=7$, а вторая в точке с $x=5$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательных к кривой $y = x^2 - 4x + 3$, проходящих через точку $M(2, -5)$. Сделать чертеж.

Вариант 14

Задача 1. К графику функции $x^2 - 9 \cdot x + 16$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=5$, а вторая в точке с $x=3$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2e - x) + 5$ в точке с абсциссой $x = e$.

Вариант 15

Задача 1. К графику функции $x^2 + 13 \cdot x + 16$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-3$, а вторая в точке с $x=-5$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2 - 4x - 3x^2$ в точке с абсциссой $x = -2$.

Вариант 16

Задача 1. К графику функции $x^2 + 9 \cdot x + 16$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-3$, а вторая в точке с $x=-5$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

В каких точках угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ равен 3?

Вариант 17

Задача 1. К графику функции $x^2 + 8 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=0$, а вторая в точке с $x=-2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

В каких точках касательная к графику функции $y = (x + 2)/(x - 2)$ образует с осью Ox угол 135° .

Вариант 18

Задача 1. К графику функции $x^2 - x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=2$, а вторая в точке с $x=0$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = (x - 4)/(x - 2)$ в точках ее пересечения с осями координат, параллельны между собой.

Вариант 19

Задача 1. К графику функции $x^2 + 9 \cdot x + 25$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = -4$, а вторая в точке с $x = -6$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Написать уравнение касательной к графику функции $y = (x + 9)/(x + 5)$, проходящей через начало координат.

Вариант 20

Задача 1. К графику функции $x^2 - 2 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = 0$, а вторая в точке с $x = -2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

На линии $y = 1/(1 + x^2)$ найти точку, в которой касательная параллельна оси абсцисс.

Вариант 21

Задача 1. К графику функции $x^2 + x + 4$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = 3$, а вторая в точке с $x = 1$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Найти уравнение касательной к линии $x^2(x + y) = a^2(x - y)$ в начале координат.

Вариант 22

Задача 1. К графику функции $x^2 + 18 \cdot x + 36$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = -5$, а вторая в точке с $x = -7$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

В каких точках линии $y = x^3 + x - 3$ касательная к ней параллельна прямой $y = 4x - 1$?

Вариант 23

Задача 1. К графику функции $x^2 - 5 \cdot x + 9$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = 4$, а вторая в точке с $x = 2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнения касательных к линии $y = x - 1/x$ в точках ее пересечения с осью абсцисс.

Вариант 24

Задача 1. К графику функции $x^2 - 10 \cdot x + 9$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x = 4$, а вторая в точке с $x = 2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к линии $y = x^3 + 3x^2 - 5$, перпендикулярной к прямой $2x - 6y + 1 = 0$.

Вариант 25

Задача 1. К графику функции $x^2 - 14 \cdot x + 16$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=5$, а вторая в точке с $x=3$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Хорда параболы $y = x^2 - 2x + 5$ соединяет точки с абсциссами $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Составить уравнение касательной к параболе, параллельной хорде.

Вариант 26

Задача 1. К графику функции $x^2 + 3 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=0$, а вторая в точке с $x=-2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Показать, что касательные, проведенные к графику функции $y = \frac{(x-4)}{(x-2)}$ в точках его пересечения с осями координат, параллельны.

Вариант 27

Задача 1. К графику функции $x^2 - 7 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=2$, а вторая в точке с $x=0$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Найти точки, в которых касательные к кривой $y = (1/3)x^3 + x + 1$ параллельны прямой $y = 2x - 7$.

Вариант 28

Задача 1. К графику функции $x^2 + 15 \cdot x + 36$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=-5$, а вторая в точке с $x=-7$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Под каким углом к оси Ox наклонена касательная, проведенная к кривой $y = x^3 - x^2 - 7x + 4$ в точке $M_0(2; -6)$?

Вариант 29

Задача 1. К графику функции $x^2 + 4$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=3$, а вторая в точке с $x=1$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Известно, что прямая $y = -(3/4)x - 3/32$ является касательной к линии, заданной уравнением $y = 0,5x^4 - x$. Найти координаты точки касания.

Вариант 30

Задача 1. К графику функции $x^2 + 7 \cdot x + 1$ проведены две касательные. Первая касательная проведена в точке с $x=0$, а вторая в точке с $x=-2$. Найти: уравнения этих касательных и точку пересечения этих касательных между собой.

Задача 2.

Составить уравнение касательной к графику функции $y = \ln(2e - x)$ в точке с абсциссой $x = e$.

Список использованных источников:

1. Генератор задач для студентов. ССЫЛКА: <http://generatorzadach.lgb.ru/>
2. Козлова В.С Ж87 Высшая математика. Пособие по выполнению практических заданий. - М.: МГТУ ГА, 2018. - 52 с. Ссылка: <http://vm.mstucal.ru/posobia/m-1-2018.pdf>

1. Найти огибающую семейства кривых C^t . Показать, что это парабола.
2. Найти коэффициент a при x^2 этой огибающей и координаты (x_0, y_0) её вершины.
3. Свериться с ответом.

Вариант	Семейство кривых C^t	a	x_0	y_0
1	$y = -2t^2 + (4t - 12)x + 17$	2	3	-1
2	$y = -3t^2 + (6t - 6)x + 1$	3	1	-2
3	$y = 2t^2 + (12 - 4t)x - 15$	-2	3	3
4	$y = 2t^2 + (16 - 4t)x - 28$	-2	4	4
5	$y = -2t^2 + (4t + 12)x + 15$	2	-3	-3
6	$y = 3t^2 + (6 - 6t)x + 1$	-3	1	4
7	$y = -3t^2 + (6t + 18)x + 24$	3	-3	-3
8	$y = -3t^2 + (6t - 18)x + 23$	3	3	-4
9	$y = 2t^2 + (12 - 4t)x - 19$	-2	3	-1
10	$y = 2t^2 + (-4t - 8)x - 6$	-2	-2	2
11	$y = 3t^2 + (-6t - 24)x - 45$	-3	-4	3
12	$y = 2t^2 + (-4t - 16)x - 28$	-2	-4	4
13	$y = -3t^2 + (6t - 12)x + 15$	3	2	3
14	$y = 3t^2 + (18 - 6t)x - 31$	-3	3	-4
15	$y = -2t^2 + (4t + 4)x + 1$	2	-1	-1
16	$y = 3t^2 + (-6t - 18)x - 24$	-3	-3	3
17	$y = -2t^2 + (4t + 16)x + 35$	2	-4	3
18	$y = 3t^2 + (-6t - 18)x - 30$	-3	-3	-3
19	$y = 3t^2 + (24 - 6t)x - 51$	-3	4	-3
20	$y = -3t^2 + (6t - 24)x + 46$	3	4	-2
21	$y = 2t^2 + (-4t - 4)x + 1$	-2	-1	3
22	$y = 3t^2 + (6 - 6t)x - 1$	-3	1	2
23	$y = 3t^2 + (6 - 6t)x - 6$	-3	1	-3
24	$y = -2t^2 + (4t - 16)x + 31$	2	4	-1
25	$y = -3t^2 + (6t - 6)x + 2$	3	1	-1
26	$y = 3t^2 + (-6t - 6)x - 5$	-3	-1	-2
27	$y = 3t^2 + (6 - 6t)x$	-3	1	3
28	$y = -2t^2 + (4t - 8)x + 7$	2	2	-1
29	$y = -3t^2 + (6t - 6)x - 1$	3	1	-4
30	$y = -3t^2 + (6t - 18)x + 26$	3	3	-1
31	$y = -2t^2 + (4t - 4)x + 5$	2	1	3
32	$y = -3t^2 + (6t + 6)x + 4$	3	-1	1
33	$y = -2t^2 + (4t + 4)x + 5$	2	-1	3
34	$y = -2t^2 + (4t + 4)x + 4$	2	-1	2
35	$y = 2t^2 + (16 - 4t)x - 30$	-2	4	2