

1. Проверьте, будет ли заданное отношение  $\rho$  на множестве  $M$  рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным:
- $M$  — множество окружностей на плоскости,  $x \rho y \Leftrightarrow x$  касается  $y$ ;
  - $M$  — множество прямых в пространстве,  $x \rho y \Leftrightarrow x$  и  $y$  имеют хотя бы одну общую точку;
  - $M = \mathbb{Z}$ ,  $x \rho y \Leftrightarrow xy = y^2$ ;
  - $M$  — множество слов русского языка и  $x \rho y \Leftrightarrow$  слова  $x$  и  $y$  не содержат ни одной общей буквы;
  - $M$  — множество слов русского языка и  $x \rho y \Leftrightarrow$  слова  $x$  и  $y$  содержат хотя бы одну общую букву;
  - $M$  — множество слов русского языка и  $x \rho y \Leftrightarrow$  всякая буква, входящая в  $x$ , входит и в  $y$ ;
2. Для бинарного отношения  $R$  найдите  $R^{-1}, R^2, R^{-1}R, RR^{-1}$ :
- $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x$  делит  $y\}$ ;
  - $R = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x + y = 0\}$ ;
  - $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \leq 0\}$
3. Пусть  $M = \{1, 2, \dots, 25\}$ ,  $\rho = \{(x, y) \in M^2 \mid \exists m, \ell: x^m = y^\ell\}$ . Докажите, что  $\rho$  — отношение эквивалентности и постройте соответствующее разбиение.
4. Постройте рефлексивно-симметрично-транзитивное замыкание отношения  $R$ , заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$