

Дискретная математика. ПМ-201. Занятие 3.

1. Пусть  $A = \{1; 2; 3\}$ ,  $B = \{a; b; c; d\}$ ,  $C = \{+; \cdot; /; \}$ ,  $R_1 \subseteq A \times B$ ;  $R_2 \subseteq B \times C$  такие, что  $R_1 = \{(1; a); (1; d); (2; c); (3; d); (3; c)\}$ ,  $R_2 = \{(a; +); (b; /); (d; \cdot); (d; /)\}$ . Вычислите  $R_1 R_2$  и  $R_1 R_1^{-1}$ .
2. Пусть  $X = \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $A$  — некоторое непустое множество. Рассмотрим отображения
  - а)  $f: X \rightarrow X$ , заданное по правилу  $x \rightarrow x^2$ ;
  - б)  $g: \mathcal{B}(A) \times \mathcal{B}(A) \rightarrow \mathcal{B}(A)$ , заданное по правилу  $(X, Y) \rightarrow X \cap Y$ ;
  - в)  $h: \mathcal{B}(A) \rightarrow \mathcal{B}(A)$ , заданное по правилу  $X \rightarrow \bar{X}$ .Выясните, будут ли отображения  $f, g$  и  $h$  инъективны и сюръективны.
3. Докажите, что
  - а)  $x \rightarrow y = \bar{x} \vee y$ ;
  - б)  $x \leftrightarrow y = (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$
4. Внимание! В этой и следующих задачах запрещается строить таблицу истинности. Логическая формула называется *тождественно истинной*, если при подстановке в нее любых значений переменных она принимает значение 1. Докажите, что следующие формулы тождественно истинны:
  - а)  $(x \wedge y) \rightarrow (x \vee y)$
  - б)  $x \rightarrow (y \rightarrow x)$
5. Найдите все наборы переменных, при которых следующие формулы принимают значение 1:
  - а)  $\bar{x} \wedge y \wedge z$
  - б)  $(x \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)$
  - в)  $\bar{x} \vee y \vee z$ .