Дискретная математика. ПМ-201. Занятие 2.

1. Проверьте свойства отношений на множестве слов русского языка:
   a) $x\rho_1 y \Leftrightarrow x$ и y не имеют общих букв;
   b) $x\rho_2 y \Leftrightarrow x$ и y состоят из одинакового набора букв.

2. Докажите, что отношение R является отношением эквивалентности на множестве $M = \{1,2,3,4\}^2$ и выпишите классы эквивалентности, на которые разбивается множество M: $(x,y)\ R\ u,v \Leftrightarrow x+v = y+u$.

3. Изобразите диаграмму Хассе для множества делителей числа 60 по отношению делимости. Сделайте то же самое для множества $\{2,3,4,5,6\}$. Найдите максимальные, минимальные, наибольшие и наименьшие элементы в этом множестве.

4. Пусть A — множество. Докажите, что $(\mathcal{B}(A), \subseteq)$ является ч.у.м. Нарисуйте диаграмму для $A = \{a,b,c\}$.

5. На множестве $\{0,1\}^n$ зададим бинарное отношение $\leq$ по правилу:

   $$(a_1, a_2, \ldots a_n) \leq (b_1, b_2, \ldots, b_n) \Leftrightarrow a_1 \leq b_1, a_2 \leq b_2, \ldots, a_n \leq b_n$$

   Докажите, что $\leq$ — отношение частичного порядка. Пусть $n = 3$, сравните элементы:
   a) $(1,1,0)$ и $(0,1,0)$ b) $(1,1,0)$ и $(0,1,1)$
   Нарисуйте диаграмму Хассе для $(\{0,1\}^3, \leq)$

6. Пусть $A = \{1;2;3\}, B = \{a;b;c;d\}, C = \{+;\breve{};/\}$, $R_1 \subseteq A\times B$; $R_2 \subseteq B\times C$ такие, что $R_1 = \{(1;a);(1;d);(2;c);(3;d);(3;c)\}$, $R_2 = \{(a;+);(b;/);(d;\breve{});(d;/)\}$. Вычислите R_1R_2 и $R_1\breve{R}_1^{1}$.

7. Пусть $X = \mathbb{N}\cup\{0\}$. Рассмотрим отображения a) $f\colon X \to X$, заданное по правилу $x \to x^2$;
   b) $g\colon X \to X$, заданное по правилу $x \to [\sqrt{x}]$ (здесь $[y]$ обозначает целую часть y) c) $h : \mathcal{B}(A) \to \mathcal{B}(A)$, заданное по правилу $X \to \overline{X}$.
   Выясните, будут ли отображения f,g и h инъективны и сюръективны.