Множества 1.

1. Существует ли такой набор множеств A, B, C, что выполняются следующие условия: $A \setminus B = B \setminus C = \emptyset, A \neq \emptyset$?

2. Докажите, что $A \subseteq B \cup C \Rightarrow A \setminus B \subseteq A \cap C$.

3. Применяя тождества докажите, что $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup \overline{B} \cup C) \cap \overline{(A \cup C)} = \emptyset$

4. Докажите, что $\mathcal{B}(A_1) \cap \mathcal{B}(A_2) = \mathcal{B}(A_1 \cap A_2)$. Верно ли, что $\mathcal{B}(A_1) \cup \mathcal{B}(A_2) = \mathcal{B}(A_1 \cup A_2)$?

5. Докажите, что $\overline{A \times B} \cap (C \times B) = (\overline{A} \cap C) \times B$

6. Пусть $X = \mathbb{N} \cup \{0\}$. Проверьте, будет ли отображение $f\colon X \to X$, заднное по правилу $x \to x^2$, функциональным, полным, инъективным и сюръективным.

7. Пусть M — множество. Рассмотрим отображения a) $f\colon \mathcal{B}(M) \to \mathcal{B}(M)$, заданное по правилу $X \to \overline{X}$;
   b) $g \subseteq \mathcal{B}(A) \times \mathcal{B}(A) \to \mathcal{B}(A)$, заданное по правилу $(X, Y) \to X \cap Y$;
   Проверьте, будут ли эти отображения функциональными, полными, инъективными и сюръективными.

8. (*) Пусть M — множество. Рассмотрим отображение $h\colon \mathcal{B}(M) \to A$, заданное по правилу $X \to \mathcal{B}(X)$. Чему равно множество A? Проверьте, будет ли это отношение функциональным, полным, инъективным и сюръективным.

9. (*) Существует ли такое семейство множеств $A_n, n \in \mathbb{N}$, что $|A_n| = n$ и $x \in A_n, y \in A_{n+1} \Rightarrow x \in y$?