

## Комбинаторика. рекуррентные соотношения. Занятие 6

1. Найдите последовательность, которая удовлетворяет рекуррентному соотношению
  - a)  $x_{n+3} = 2x_{n+2} + x_{n+1} - 2x_n$  с начальными условиями  $x_0 = 3, x_1 = 2, x_2 = 6$
  - b)  $x_{n+3} + 3x_{n+2} + 3x_{n+1} + x_n = 0$  с начальными условиями  $x_0 = 1, x_1 = -1, x_2 = -1$
  - c)  $x_{n+3} = 5x_{n+2} - 8x_{n+1} + 4x_n$  с начальными условиями  $x_0 = 2, x_1 = 1, x_2 = -3$
2. Чему равен определитель порядка  $n$ :

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 3 & 5 & 2 & \dots & 0 \\ 0 & 3 & 5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{vmatrix}$$

3. Мальчик Ваня поднимается по лестнице: на каждом шаге он прыгает либо на одну ступеньку выше, либо на две. Сколькими способами он может подняться на лестницу, если лестница содержит  $n$  ступенек?
4. Сколько существует последовательностей из 0 и 1 длины  $n$  таких, что в этих последовательностях нет подпоследовательности 00?
5. Некто предлагает замостить плитками прямоугольник размера  $2 \times n$ . При этом за плашку  $2 \times 1$  он платит 4 рубля, за плашку  $1 \times 2$  платит 1 рубль. Сколько существует прямоугольников, за которые он заплатит  $m$  рублей?